

Univerzita Karlova  
Pedagogická fakulta  
Katedra primární pedagogiky

## RIGORÓZNÍ PRÁCE

Rozvoj geometrické představivosti prostřednictvím her  
The Development of Geometrical Imagination Through Games

Mgr. Lenka Charvátová

Konzultant práce: doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro základní školy

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

2017



# ROZVOJ GEOMETRICKÉ PŘEDSTAVIVOSTI PROSTŘEDNICTVÍM HER

## Diplomová práce

*Studijní program:* M7503 – Učitelství pro základní školy  
*Studijní obor:* 7503T047 – Učitelství pro 1. stupeň základní školy  
*Autor práce:* **Bc. Lenka Charvátová**  
*Vedoucí práce:* doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická  
Akademický rok: 2012/2013

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Lenka Charvátová**  
Osobní číslo: **P09000512**  
Studijní program: **M7503 Učitelství pro základní školy**  
Studijní obor: **Učitelství pro 1. stupeň základní školy**  
Název tématu: **Rozvoj geometrické představivosti prostřednictvím her**  
Zadávací katedra: **Katedra primárního vzdělávání**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Na základě prostudování materiálů, za podpory Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání vytvořit úlohy a aktivity, které by napomáhaly rozvíjení úrovně geometrické představivosti, zejména prostorové, u žáků 5. tříd ZŠ.

Tyto úlohy a aktivity ověřit s žáky v praxi a zjistit jejich vliv na vztah žáků ke geometrii.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:

**GARDNER, H.: Dimenze myšlení: teorie rozmanitých inteligencí. Praha, Portál 1999**

**KUŘINA, F.: 10 pohledů na geometrii. Praha, AVČR 1996**

**MOLNÁR, Josef. Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2004**

**PERNÝ, J.: Tvořivost k rozvoji prostorové představivosti, Liberec, Technická univerzita v Liberci 2004**

**PULPÁN, Z., KUŘINA, F., KEBZA, O.: O představivosti a její roli v matematice, Praha, Akademia 1992**

**Sbírky úloh z matematiky pro ZŠ**

Vedoucí diplomové práce:

**doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.**

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Datum zadání diplomové práce:

**15. dubna 2013**

Termín odevzdání diplomové práce:

**20. dubna 2014**



doc. RNDr. Miroslav Brzezina, CSc.  
děkan

L.S.



doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Liberci dne 18. dubna 2013

## Prohlášení

Byla jsem seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum:

Podpis:

## **Poděkování**

Tímto děkuji vedoucímu mé diplomové práce, panu doc. PaedDr. Jaroslavu Pernému, Ph.D., za cenné rady a odborná stanoviska při tvorbě diplomové práce. Dále děkuji vedení Základní školy Liberec, Dobiášova a třídním učitelkám, které mi umožnily realizaci prakticko-výzkumné části práce.

V Liberci dne:

.....

## **Anotace:**

Diplomová práce se zabývá rozvojem prostorové představivosti žáků pátých tříd základní školy prostřednictvím her. Cílem diplomové práce je zjistit, jakou úroveň prostorové představivosti tito žáci mají a pomocí cíleného působení na některé z nich se pokusit ji rozvinout, dále zjistit jaký vztah mají tito žáci k matematice a geometrii. Práci tvoří tři stěžejní části. Jedná se o část teoretickou, která s využitím odborných zdrojů popisuje a objasňuje základní pojmosloví z oblasti prostorové představivosti. Dále o část praktickou, která obsahuje autorkou vytvořený soubor úloh, jimiž byla prostorová představivost žáků rozvíjena. Třetí částí, výzkumnou, je vlastní šetření, které se prostřednictvím metod testu a dotazníku zaměřuje na zjišťování úrovně prostorové představivosti žáků pátých tříd před a po cíleném působení, a na zjištění jejich vztahu k matematice a geometrii.

## **Klíčová slova:**

stereometrie, rozvoj prostorové představivosti, vztah k matematice a geometrii, soubor úloh

## **Annotation**

The diploma thesis deals with the development of geometrical imagination of the fifth grade students of the grammar school through games. The goal we want to achieve is to find out the level of students' geometrical imagination and through aimed activities to develop them and finally, to find out what is their relationship to mathematics and geometry like. This work is divided into three parts. The theoretical part deals with description and clarifies the basic key terms from the geometrical imagination. The practical part contains several exercises made up by the author of this work, which are supposed to develop student's geometrical imagination. In the third part, the research, we try to answer the questions of this work by means of tests and questionnaires implied before and after the aimed activities in order to describe the level of students' geometrical imagination and their relationship to mathematics and geometry.

### **Key words:**

stereometry, development of geometrical imagination, relationship to mathematics and geometry, set of aimed exercises



# Obsah

<b>ÚVOD.....</b>	<b>11</b>
<b>TEORETICKÁ ČÁST .....</b>	<b>12</b>
1 Psychologie představ .....	12
1.1 <i>Představa a představivost</i> .....	12
1.2 <i>Souvislost představ a vjemů</i> .....	14
1.3 <i>Klasifikace představ</i> .....	14
1.4 <i>Funkce představ</i> .....	16
1.5 <i>Typy představivosti</i> .....	17
2 Prostorová představivost.....	18
2.1 <i>Vývojová stránka prostorové představivosti</i> .....	20
2.2 <i>Způsoby rozvíjení prostorové představivosti</i> .....	21
2.2.1 <i>Tělesa z kostek</i> .....	21
2.2.2 <i>Sítě těles</i> .....	22
2.2.3 <i>Pohyby těles</i> .....	22
2.2.4 <i>Geometrie povrchu tělesa - pohyb po tělese</i> .....	23
2.2.5 <i>Skládání a rozkládání těles</i> .....	23
2.2.6 <i>Pohledy na těleso</i> .....	23
2.2.7 <i>Krybox</i> .....	24
2.2.8 <i>Tangram</i> .....	25
3 Matematika v praxi .....	26
3.1 <i>Matematika v Rámcovém vzdělávacím programu</i> .....	26
3.2 <i>Pojetí matematiky na 1. stupni základní školy</i> .....	27
3.3 <i>Geometrie</i> .....	28
3.3.1 <i>Planimetrie</i> .....	28
3.3.2 <i>Stereometrie</i> .....	29
<b>PRAKTICKO-VÝZKUMNÁ ČÁST .....</b>	<b>34</b>
4 Praktická část.....	34
4.1 <i>Cíl a obsah praktické části</i> .....	34
4.2 <i>Vytvoření souboru</i> .....	34
4.3 <i>Soubor vyučovacích hodin a pracovních listů</i> .....	36
4.3.1 <i>Krychlík stavitelem</i> .....	36
4.3.2 <i>Krychliččin kabátek</i> .....	42
4.3.3 <i>Cestou necestou s Krychlíkem Krychličkou</i> .....	47
4.3.4 <i>Pozor Krychložrout</i> .....	53
4.4 <i>Závěrečná reflexe vyučovacích hodin</i> .....	59
4.5 <i>Hodnocení žáků</i> .....	60
5 Výzkumná část.....	62
5.1 <i>Cíl a obsah výzkumné části</i> .....	62
5.2 <i>Předpoklady</i> .....	62

5.3	<i>Použité metody</i> .....	62
5.4	<i>Charakteristika zkoumaného vzorku</i> .....	63
5.5	<i>Průběh šetření</i> .....	63
5.5.1	Sestavení testů .....	63
5.5.2	Sestavení dotazníků .....	64
5.5.3	Předtest .....	65
5.5.4	Zadání testu a dotazníku .....	65
5.5.5	Test A .....	67
5.5.6	Dotazník A .....	68
5.5.7	Test B .....	69
5.5.8	Dotazník B .....	70
5.6	<i>Interpretace výsledků</i> .....	71
5.6.1	Vyhodnocení testu A .....	71
5.6.2	Vyhodnocení dotazníku A .....	75
5.6.3	Vyhodnocení testu B .....	81
5.6.4	Vyhodnocení dotazníku B .....	85
5.6.5	Srovnání úspěšností obou testů .....	88
5.7	<i>Shrnutí výsledků šetření</i> .....	91
5.8	<i>Vyhodnocení předpokladů</i> .....	92
<b>ZÁVĚR</b> .....		<b>94</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....		<b>96</b>
<b>PŘÍLOHY</b> .....		<b>98</b>

## SEZNAM GRAFŮ

- Graf 1: Procentuální úspěšnost žáků 5. A v testu A  
Graf 2: Procentuální úspěšnost žáků 5. C v testu A  
Graf 3: Procentuální srovnání tříd v řešení testu A  
Graf 4: Srovnání předmětů dle oblíbenosti v 5. A  
Graf 5: Hodnocení činností 5. A  
Graf 6: Srovnání předmětů dle oblíbenosti v 5. C  
Graf 7: Hodnocení činností 5. C  
Graf 8: Procentuální úspěšnost žáků 5. A v testu B  
Graf 9: Procentuální úspěšnost žáků 5. C v testu B  
Graf 10: Procentuální srovnání tříd v řešení testu B  
Graf 11: Srovnání předmětů dle oblíbenosti v 5. A – dotazník B  
Graf 12: Hodnocení činností geometrie s Krychlíkem a Krychličkou  
Graf 13: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 1  
Graf 14: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 2  
Graf 15: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 3  
Graf 16: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 4  
Graf 17: Srovnání celkových úspěšností obou testů

## SEZNAM TABULEK

- Tab. 1: Srovnání představy a vjemu  
Tab. 2: Rozdělení žáků dle pohlaví a třídy  
Tab. 3: Srovnání chlapců a dívek v řešení testu A  
Tab. 4: Srovnání chlapců a dívek v řešení testu B

*„Z duše soucítím s každým matematikem, kterého příroda neobdařila  
prostorovou představivostí.“*

(F. Klein)

# ÚVOD

Tématem předložené diplomové práce je geometrická představivost, zvláště pak ta prostorová, která tvoří nedílnou součást našich životů. Trojrozměrný prostor je pro nás přirozený, od narození v něm žijeme a pohybujeme se, schopnost tvořit prostorové představy je tedy nezbytnou součástí naší každodennosti. Ať už z nás bude architekt, lékař, učitel, vrcholový sportovec či dělník, musíme disponovat rozvinutou prostorovou představivostí, a to alespoň na takové úrovni, abychom dokázali vyřešit praktické problémy.

Přestože školní vzdělávání hraje v rozvoji prostorové představivosti velice důležitou roli, je pravdou, že cílenému rozvoji prostorové představivosti je dosti často na základních školách věnována pouze minimální pozornost. A právě tento znepokojující fakt byl základním impulsem k napsání této diplomové práce. Téma však bylo zvoleno také s ohledem na, dle mého názoru, poněkud nerovné postavení geometrie a aritmetiky v matematice.

Cílem předložené diplomové práce je, kromě zjištění úrovně prostorové představivosti žáků a jejich vztahu ke geometrii a matematice, také vytvoření souboru úloh, které mohou napomáhat k jejímu rozvoji. Dále tyto úlohy se žáky ověřit v praxi. Snahou je vytvořit soubor úloh, které budou pro žáky atraktivní a motivující, pro učitele pak srozumitelné a snadno využitelné. Soubor úloh by měl vést také k „popularizaci“ geometrie. Soubor úloh bude aplikován během měsíčního cíleného působení na žáky, po kterém budou vyhodnoceny jeho účinky. Přestože bude soubor určen primárně žákům pátých tříd, bude možné jej s pomocí menších úprav použít i v ročnících nižších.

Práce bude rozdělena na tři části, a to teoretickou, praktickou a výzkumnou. Teoretická část vymezí základní pojmy zvoleného tématu, kromě prostorové představivosti se bude zabývat také postavením matematiky na prvním stupni základní školy. Část praktická bude obsahovat autorkou vytvořený soubor úloh, které budou použity k rozvoji prostorové představivosti. Výzkumná část pak popíše šetření, které se bude zabývat úrovní prostorové představivosti žáků pátých tříd ZŠ a jejich vztahem k matematice a geometrii, případně také změnou úrovně představivosti a tohoto vztahu ke geometrii po cíleném působení na žáky, ke kterému bude využit vytvořený soubor úloh.

# TEORETICKÁ ČÁST

## 1 Psychologie představ

### 1.1 Představa a představivost

Zabývat se rozvojem prostorové představivosti bychom nemohli, aniž bychom se neseznámili s představami jako takovými. Představy jsou stěžejním pojmem této práce, a proto jim věnujeme značnou pozornost.

Robert Sternberg (2002), významný světový představitel kognitivní psychologie, definuje představu jako mentální reprezentaci věcí (předmětů, událostí, scénérií apod.), které v okamžiku reprezentace nejsou vnímány smyslovými orgány. Jsme tedy schopni vybavit si detaily z dávno uplynulých situací. Kromě chuti babiččina koláče si umíme vybavit i vůni, která se line z trouby při jeho pečení. Ne všechny představy jsou však vázány na reálné zkušenosti, mohou reprezentovat také věci, s nimiž jsme se nikdy a nikde smyslově nesetkali. Můžeme si tak představit, jaké by to bylo, kdybychom žili před tisíci lety. V neposlední řadě mohou představy reprezentovat věci, které existují pouze v mysli člověka, který je sám vytvořil (Sternberg 2002, s. 246).

Stručněji definuje představy český psycholog Pavel Říčan (2005). *Představou rozumíme obraz předmětu, který není přítomen, pokud vůbec existuje či existoval.* K tomu dodává, že jsou představy do jisté míry ovlivnitelné vůlí.

J. Čáp (1993) pak za představu považuje názorný obraz něčeho, co v daném okamžiku nepůsobí na naše receptory.

V psychologickém slovníku je představa definována jako vybavený či přepracovaný zážitek a vjem, který není bezprostředně dostupný smyslovým receptorům (Hartl, Hartlová 2010, s. 454).

Přestože autoři užívají rozdílnou terminologii, je z jejich definic patrné, že se ve svých představách shodují. Pro účely této práce budeme vycházet z úvodní definice R. Sternberga.

Představy spadají do velké skupiny psychických procesů, konkrétněji do procesů kognitivních. Tam vedle nich řadíme vnímání, počitky, vjemy, procesy učení a paměti, fantazie, myšlení spjaté zejména s řečí a myšlenkové řešení problémů.

Představy společně s fantazií označujeme jako procesy imaginativní. Všechny výše uvedené procesy jsou součástí lidského poznávání a plní své funkce ve vzájemné kooperaci, představy jsou nejtěsnějším spojením právě s vnímáním. Tuto skutečnost dokazují výzkumy, dle kterých jsou představy tvořeny ve stejných částech mozku, které se účastní příslušného vnímání (Čáp, Mareš 2000, s. 88).

Budeme-li vycházet z úvodní definice, můžeme rozlišit představy zrakové, sluchové, hmatové, čichové a chuťové. Představy se tedy týkají mentální reprezentace všech senzorických modalit (Sternberg 2002, s. 246). Psychologický slovník dělí představy na zrakové, sluchové, čichové, hmatové a jiné. Čápy druhy představ jsou rovněž v souladu s druhy analyzátorů, počitků a vjemů (Čáp 1993, s. 43). Jednotlivé typy představ není třeba blíže definovat, jejich názvy jasně vypovídají o jejich podstatě.

Nejčastěji užíváme představy zrakové, které jsou nezbytné též při řešení úloh zabývajících se prostorovou představivostí. Díky nim si umíme představit krychli a jen ve své mysli spočítat její vrcholy, stěny i hrany, ale dokáže i mnohem více. Neméně podstatné jsou však pro náš život představy ostatní, ačkoli si jejich užívání tolik neuvědomujeme. Důležité jsou zvláště u jedinců s postižením. Například jedinec se zrakovým postižením využívá oproti intaktnímu jedinci ve větší míře hmatové a sluchové představy. U člověka od narození nevidomého kompenzují tyto představy neschopnost vytvářet představy zrakové.

Schopnost, která nám umožňuje vytvářet představy, označujeme jako představivost. Dle psychologického slovníku jde o vytváření myšlenek a obrazů bez přímé účasti smyslových podnětů, nejčastěji jde o spojování útržků předchozích smyslových zkušeností do celků. Představivost je základem tvořivé činnosti.

D. Švingalová (1995) definuje představivost jako psychický poznávací proces tvorby představ, který tvoří přechod mezi poznáváním smyslovým (názorným) a abstraktním (rozumovým).

M. Hejný již v roce 1885 upozorňuje na skutečnost, že někteří autoři shledávají představivost významným faktorem úrovně úspěšnosti člověka ve společnosti. Tuto ideu považujeme za velice významnou, a to i ze školského hlediska. Škola by neměla opomíjet na rozvoj představivosti u svých žáků (Hejný in Půlpán, Kuřina, Kebza 1992).

## 1.2 Souvislost představ a vjemů

Někdy bývají představy nesprávně zaměňovány za vjemy. Pojmy spolu sice souvisí, nicméně totožné nejsou, i když připouštíme, že v psychologii mohou nastat situace, kdy se oba pojmy mísí a slučují. Pro účely této práce však pojmy rozlišme. Představy vznikají na základě vjemů a jejich přepracování, podobné jsou jim svou názorností. Liší se však především v mechanismu vzniku. Základní rozdíly mezi představou a vjemem přehledně prezentuje Dana Švingalová (1995).

**Tab. 1: Srovnání představy a vjemu**

<b>Představa</b>	<b>Vjem</b>
méně živá	živý
fragmentárnější, chudší na detaily, ale i bohatší (dle druhu představy)	celistvý
nestálá, prchající	stálejší
aktivní (lze ji vytvářet i přetvářet bez ohledu na působící podnět)	pasivní i aktivní obraz skutečnosti

Z. Půlpán, F. Kuřina a V. Kebza (1992) doplňují, že jsou představy vnitřní, subjektivní a konečně též závislé na vůli, tj. vůli vyvolatelní a ovlivnitelné.

## 1.3 Klasifikace představ

Představy můžeme rozlišit z několika různých hledisek, D. Švingalová (1995) ve své knize uvádí tři základní dělení představ.



## **1. Dle způsobu vzniku**

- Paměťové
- Fantazijní

Představy paměťové jsou reprodukcí (věrnou či nepřesnou) toho, co je nám známé, něčeho, co jsme v dané podobně někdy vnímali. Jsou to vnitřní obrazy dříve vnímaných předmětů a jevů. Jejich vznik je důsledkem vybavování si vjemů a řídí se asociačními zákony.

Představy fantazijní vznikají v procesu obrazotvornosti na podkladě paměťových stop, ty ale přetvářejí do jiného celku. Často při jejich vzniku dochází k zmenšování či naopak zveličování některých částí paměťových představ. Nejsou plně vázány na skutečnost, někdy dokonce vůbec. D. Švingalová představy fantazijní dále dělí na reprodukující (rekonstrukční) a tvůrčí (konstrukční). Reprodukující představy jsou navazovány slovním popisem nebo nákresem a jsou uplatňovány např. v hudbě (noty) či při geometrii (schémata). Tvůrčí představy jsou inovativní a originální obrazy, které doposud neexistovaly, jsou součástí tvořivého procesu a myšlení. Fantazijní představy mohou vznikat bezděčně i záměrně (Švingalová 1995, s. 58–62).

## **2. Dle podílu konkrétnosti a abstraktnosti**

- Jedinečné
- Obecné

Předmětem představ jedinečných jsou konkrétní věci, jevy, osoby apod. Můžeme si tedy představit vlastní pokojíček nebo svého psa. I tyto představy obsahují určitý stupeň zobecnění a abstrakce, v popředí jsou totiž jejich charakteristické, typické znaky a rysy.

Představy obecné jsou opakem představ jedinečných, skrývají v sobě mnohem více abstrakce. Můžeme je označit jako schematické, zobrazují pouze obecné a charakteristické znaky předmětů či jevů (Švingalová 1995, s. 62).

## **3. Dle časové charakteristiky**

- Vzpomínky
- Představy zaměřené do budoucnosti

Vzpomínky nejsou ničím jiným než představami lokalizovanými do minulosti. Tyto představy často podléhají zkreslení a vybavují se z paměti.

Představy zaměřené do budoucnosti bývají spojeny s cílem našeho počínání. Pokud jsou doprovázeny kladnými emocemi, označujeme jako přání, pokud obsahují záporný emoční náboj, jde o obavy (Švingalová 1995, s. 62,63).

Různí autoři rozlišují představy dle různých hledisek, např. J. Molnár dělí představy na reprodukční a anticipační, dle toho, zda jsou vyvolány situací známou nebo událostí dříve nevnímanou, dále pak na představy statické, pohybové i transformační. Podobné dělení nacházíme u J. Piageta a B. Inhelderové. Ti hovoří o obrazných představách, které dělí rovněž na reprodukční, vyvolané jen dříve známými pozorovanými jevy, a anticipační představy, které zobrazují pohyby nebo transformace (změny tvarů) i jejich výsledky, ačkoli se neúčastnily jejich realizace (Piaget, Inhelderová 2007, s. 67). Dělení představ najdeme v odborné literatuře nepřeborné množství, pro potřeby této práce však postačí výše uvedené.

## ***1.4 Funkce představ***

Představy neexistují bezdůvodně, ačkoli si to mnozí z nás neuvědomují, hrají v našich životech nezastupitelnou roli, provází totiž veškerou naši činnost.

Jejich první funkci označuje P. Říčan za přípravu činnosti. Pokud ponecháme představy rozvíjet se, nabudou na živosti a společně s nimi vzroste naše síla a přání je uskutečnit. D. Švingalová (1995) říká, že představy v sobě obsahují samotný cíl činnosti. Pokud chceme cokoli udělat, musíme si umět představit cíl a způsob, jakým toho dosáhnout. Představy pak ovlivňují celý náš budoucí postup tvorby.

Jako druhou funkci představ P. Říčan uvádí skutečnost, že slouží k vyrovnávání vnitřního napětí, ke zvládání vnitřních problémů. Rozvoj fantazií o výhře v loterii a kariérním postupu nám pomáhá zmírnit trýznivost životních zklamání a selhání. Hra s představami je pro nás stejně významná jako hra pro dítě, je pro nás náhradním uspokojováním potřeb. Představy slouží jako únik před realitou.

Za třetí tvoří představy vnitřní svět, který má hodnotu sám o sobě. Je zcela individuální, může být primitivní a hrubý nebo naopak velice bohatý a kultivovaný. Záleží jen na nás, jak moc na sebe necháme působit skutečnou kulturu, jaký máme vztah k přírodě, s kým se stýkáme a jak s lidmi komunikujeme. Vnitřní svět nám pomáhá zvládat problémy, ale je třeba o něj neustále pečovat (Říčan 2005, s. 63, 64).

Kromě výše uvedených funkcí je představivost velice důležitá rovněž pro tvořivost, což P. Říčan neuvádí přímo. Tento fakt však zdůrazňují mnozí další, kromě Z. Půlpána, F. Kuřiny a V. Kebzy (1992) také D. Švingalová (1995). J. Perný (2004) uvádí, že je představivost předpokladem a základem tvořivosti.

### ***1.5 Typy představivosti***

D. Švingalová (1995) rozlišuje v souladu s převahou senzoriální modalit tři základní typy představivosti.

- Zrakový (vizuální) typ, který podněcuje zájem především o výtvarnou činnost.
- Sluchový (auditivní) typ, který souvisí s hudebními sklony.
- Motorický (pohybový) typ, jenž je základem pro sportovní či manuálně pracovní činnost.

Žádný z těchto typů představivosti není zcela vrozený ani neměnný a obvykle se nevyskytuje v „čisté“ formě. Častá je kombinace těchto typů. Během lidské ontogeneze je možné typy představivosti rozvíjet a dotvářet. Preference modalit je v úzkém vztahu s pamětí a učením a souvisí s vykonávanou činností člověka (Švingalová 1995, s. 63, 64).

## 2 Prostorová představivost

Výše jsme definovali představivost z psychologického hlediska, nyní se již zaměříme na konkrétní druh představivosti, a to představivost prostorovou.

Stručnou definici prostorové představivosti předkládají J. Perenčaj a V. Repáš (1985): *Mohli by sme povedať, že je to akési videnie priestoru. Ale ten predsa musí vidieť každý, kto vidí. Problém je v tom, že nestačí priestor vidieť, ale je nutné si ho i zvedomovať* (Perečaj, Repáš in Molnár 2009, s. 30).

M. Hejný a kolektiv (1987) definují prostorovou představivost jako něco, co nám umožňuje vidět to, co ještě není – tedy vytvářet si představy geometrických objektů a jejich rozmístění a umět v představě s těmito objekty manipulovat. Zároveň označují prostorovou představivost za jeden z cílů stereometrie.

H. Gardner (1999) chápe prostorovou představivost jako prostorovou inteligenci, jejímž jádrem jsou schopnosti, které zajišťují přesné vnímání vizuálního světa, umožňují transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářejí z vlastní vizuální zkušenosti myšlenkové představy, i když už žádné vnější podněty nepůsobí. Tyto schopnosti nám umožňují konstruovat různé tvary nebo s nimi manipulovat.

P. Říčan (2010) ve shodě s H. Gardnerem uvádí, že je prostorová představivost složena z dílčích schopností. Do prostorové představivosti zahrnuje právě tři prakticky důležité schopnosti. V první řadě je to schopnost orientace. Tím míní určování polohy člověka v jeho okolí. Druhou schopností je vizualizace, která umožňuje představit si, do jakých vzájemných vztahů se dostanou předměty mimo nás, ocitnou-li se v určitých polohách. Vizualizace je uplatnitelná např. v deskriptivní geometrii. Třetí složkou prostorové představivosti je pak kinestetická představivost, kterou potřebuje technik, aby mohl určit výsledný pohyb výsledných soukolí.

J. Perný (2004) rovněž uvádí skutečnost, že se prostorová představivost skládá z většího počtu volně souvisejících schopností. Řadí mezi ně např.

*schopnost rozpoznat volnou formu,*

*schopnost transformovat jednu formu do druhé, nebo rozpoznat, že k takové transformaci došlo,*

*schopnost vyvážet mentální představy a pak tyto představy transformovat, schopnost grafického záznamu informací.*

Výše uvedené schopnosti se uplatňují v různých typech prostředí a využíváme je při práci v dvojrozměrné i trojrozměrné části reálného světa (Perný 2004, s. 42).

Kromě označení prostorová představivost se v odborné literatuře můžeme setkat s termínem geometrická představivost. Tou F. Kuřina rozumí složku názorného myšlení, která spočívá v dovednosti vybavovat si geometrické útvary a jejich vlastnosti (Kuřina in Molnár 2009, s. 32). Chápe ji tedy jako prostorovou představivost s geometrickým obsahem.

S ohledem na charakter práce je pro nás však důležitější představivost prostorová. Podrobněji se zaměříme na definici prostorové představivosti J. Molnára (2004).

*Prostorová představivost je soubor schopností týkajících se reprodukčních a anticipačních, statických i dynamických představ o tvarech, vlastnostech a vzájemných vztazích mezi geometrickými útvary v prostoru.*

Prostorem autor míní reálný prostor, v němž žijeme, a který si uvědomujeme, zároveň s tím však i jeho třírozměrný geometrický (euklidovský syntetický) model. Shodně jsou chápány i geometrické útvary. Představy mohou být skutečným či symbolickým odrazem reálných předmětů, jejich znázornění nebo abstraktních pojmů. Reálnými vztahy J. Molnár rozumí širokou škálu relací, transformací a operací s geometrickými útvary, mezi které patří vzájemná poloha útvarů, geometrická zobrazení, topologické transformace atd. Představy jsou chápány staticky i dynamicky, jako představy reprodukční či anticipační, pohybu i transformací. J. Molnár, stejně jako dříve uvedení autoři, sdílí názor, že je prostorová představivost souborem dílčích schopností. Mezi ně řadí např. schopnost rozpoznat krychli v prostoru, respektive mezi jinými prostorovými geometrickými útvary, ale i schopnosti globálnější, jako vizualizaci, s níž jsme se setkali již u P. Říčana. J. Molnár upozorňuje na skutečnost, že prostorová představivost jako soubor schopností, tedy určitých vlastností osobnosti, je ovlivňována vlastnostmi psychických procesů, jako jsou představování, vnímání, ale též myšlení, dále pak motivací, momentálním psychickým a tělesným stavem i zaměřením osobnosti.

## **2.1 Vývojová stránka prostorové představivosti**

H. Gardner (1999) upozorňuje na malé množství výzkumů zabývajících se prostorovou představivostí u dětí v porovnání s testováním jazykových či logických schopností. Zdůvodňuje to především obtížností testování prostorových schopností a snad i nedostatečnou zkušeností badatelů v tomto směru. Jako výjimku uvádí Jeana Piageta, který několik výzkumů, jež se zabývaly prostorovou představivostí dětí, realizoval. Při výkladu vývoje prostorové představivosti tedy budeme vycházet z teorie kognitivního vývoje tohoto švýcarského psychologa. Jean Piaget je označován jako vůbec první autor obecného popisu vývoje prostorové inteligence (Gardner 1999, s. 202).

O počátku rozvoje prostorových schopností hovoří J. Piaget v souvislosti se senzomotorickým stadiem, které začíná v kojeneckém věku. V té době se dítě učí sledovat dráhu pohybujících se předmětů a orientovat se v nejbližším okolí, právě vývoj těchto prostorových schopností hraje v tomto období ústřední roli.

V raném dětství, na konci senzomotorického období, dochází k vytváření mentálních představ. V batolecím období jde o statické mentální představy. Dítě si umí představit, jak vypadá určité místo, aniž by tam bylo přítomno.

Jako zlomový bod ve vývoji prostorové inteligence uvádí J. Piaget počátek stadia konkrétních operací, který bezprostředně souvisí s nástupem dítěte do školy. V tomto období dochází k rychlému rozvoji schopnosti aktivní prostorové manipulace s představami objekty. Dítě si umí představit, jak vidí předmět člověk, který na něj pohlíží z jiného místa, a to díky schopnosti vrátit mentální operaci zpět. Hovoříme o tzv. decentraci, dítě dokáže pochopit, jak vypadá určitý objekt, pokud ho pootočíme. Stále je však prostorová inteligence vázána na konkrétní situace a události.

Až s obdobím formálních operací (v období puberty) přichází schopnost vybavit si abstraktní prostor nebo formální zákony, které v něm platí. Mladý člověk tedy má schopnost vybavit si všemožná prostorová uspořádání a dokáže propojit logicko-matematickou a prostorovou formu inteligence v jednotný geometrický nebo vědecký systém.

Piagetovo pojetí prostorové inteligence však opomíjí prostorové schopnosti v širším měřítku, pro naše potřeby je však plně dostačující (Piaget in Gardner 1999, s. 200–202).

Nyní již není pochyb o tom, že prostorová představivost není vrozenou schopností. Během lidské ontogeneze ji lze všemožně utvářet. M. Hejný (1990) hovoří o existenci období v lidském životě, která jsou pro rozvoj prostorové představivosti zvláště příznivá. Pokud je vývoj v těchto obdobích zanedbán, člověk ztrácí schopnost rozvinout své prostorové schopnosti na takovou úroveň, kterou mu dávají genetické dispozice. První období M. Hejný situuje do věku pěti až šesti let. V tomto období si s kostkami hrají více chlapci než děvčata, čímž se vysvětluje jejich lepší prostorové vidění. Druhým obdobím nakloněným rozvoji prostorové představivosti je pak věk od jedenácti do dvanácti let. V tomto období jsou děti zvláště citlivé na podněty stereometrických úloh a rozvíjí se jejich schopnost manipulace s prostorovými objekty bez modelu či obrázku, často jen v představě (Hejný, et al. 1990, s. 368). Důležité je uvědomit si, že tato období ohraničují 1. stupeň základní školy, právě tam je tedy nezbytné cíleně pěstovat a rozvíjet prostorovou představivost dětí.

## ***2.2 Způsoby rozvíjení prostorové představivosti***

V předchozí kapitole jsme vymezili období nejvhodnější pro rozvoj prostorové představivosti, nyní se zaměříme na způsoby, které nám pomohou dosáhnout vytyčeného cíle. I zde se budeme inspirovat profesorem Hejným, který podává přehled námětů a způsobů k rozvoji prostorové představivosti, které řadí dle obsahu a náročnosti. Tyto náměty doplníme vybranými náměty J. Molnára, J. Perného a A. Stopenové.

### **2.2.1 Tělesa z kostek**

Již v batolecím věku dochází k jednoduché hře s kostkami. Pro rozvoj prostorové představivosti je však stěžejní období předškolního a raného školního věku. V této době děti staví různé věže, schodiště či garáže a postupně při své hře využívají většího množství kostek. Stavby se tak stávají propracovanější a také se v nich odráží čím dál více dětské fantazie. Při této činnosti děti důvěrně poznávají tvar kostky a osvojují si schopnost spojovat kostky do větších těles. S nástupem do školy se hra postupně dostává na vyšší úroveň, této skutečnosti by měli využít učitelé. Ti mohou rozvíjet prostorovou představivost dětí pomocí různých úloh právě s kostkami. V první řadě

mohou nechat děti stavět podle vzoru, tedy již postavené stavby z kostek. Do staveb mohou kostky postupně přidávat a měnit tak jejich složitost. Pokud děti stavění dle modelu bezpečně ovládají, lze stavět z paměti. Postavené těleso tedy po několika sekundách zakryjeme, a až poté se děti pustí do práce. Složitější je pak stavění dle obrázku, který můžeme rovněž po určité době schovat. V neposlední řadě mohou děti stavět dle symbolů, hovoříme o tzv. kótovém promítání (Hejný, et al. 1990, s. 369, 370). Dětem ukážeme pouze půdorys stavby s vepsanými čísly, které určují počet kostek. Dle tohoto symbolického vyjádření pak děti staví různá tělesa. Tělesa mohou samozřejmě též symbolicky zapisovat a připravit tak úlohy svým spolužákům. Dalším typem úlohy pak může být postavení všech možných těles např. ze čtyř shodných kostek.

### **2.2.2 Sítě těles**

Práce se sítěmi těles propojuje myšlení s manuální činností, což je přitažlivé především pro děti ve věku 10 až 14 let. Děti musí síť nejprve zhotovit a poté její správnost ověřit složením modelu tělesa. Při této práci děti vidí výsledek svého úsilí a radují se z upotřebení svých nově nabytých znalostí, což je obrovským motivačním nástrojem (Hejný, et al. 1990, s. 372). Také úlohy zabývající se sítěmi těles mají mnoho variací. Úkolem dětí může být nalézt všechny možné sítě krychle, přiřadit sítě k tělesům, vyhledat síť, ze kterých vznikne vybrané těleso, apod. Při vyhledávání sítí je vhodné pracovat se čtverečkovaným papírem. U hotových sítí je pak možné shodně označovat body, které k sobě patří nebo doplňovat symboly tak, aby po složení tělesa byly na jeho protějších stěnách.

### **2.2.3 Pohyby těles**

Pohyby těles je vhodné procvičovat pomocí hrací kostky. Tu umístíme do výchozí polohy (1 dole, 2 vpředu, 3 vpravo, 4 vlevo, 5 vzadu, 6 nahoře) a poté jí po rovině odvalujeme. Stěny kostky zanechávají na rovině „stopy“. Dětem pak můžeme zadat několikaciferné číslo, které popisuje pohyb, ten pak musí zakreslit do čtverečkovaného papíru, kde mají vyznačený pouze výchozí bod. Zadát lze však také pouze trasu pomocí uspořádaných čtverečků, do kterých děti dopisují čísla. Další možností je vyhledat všechna odvalení, kterými je možné dostat se do určitého bodu nebo zapsat všechny cesty, kterými je možné se pomocí 3 převálení dostat do výchozí polohy. Odvalovat se



dají samozřejmě i jiná tělesa, pro první stupeň základní školy je však nejvhodnější právě krychle (Hejný, et al. 1990, s. 374, 375).

#### **2.2.4 Geometrie povrchu tělesa - pohyb po tělese**

Oblíbené je u dětí vyhledávání nejkratších cest mezi dvěma body na povrchu tělesa. Na prvním stupni opět začínáme s povrchem krychle. Úlohy je možné snadno motivovat např. naháněním mouchy pavoukem, myši kočkou či jelena myslivcem. U těchto úloh je dobré zaměřit se na volbu strategie jednotlivých dětí, některé se posunují po krychli pouze ve své mysli, jiné „přejíždějí“ očima, další si zase pomáhají pohybem prstu. Základní technikou řešení je však rozbalování tělesa do roviny, vrací se tedy k úlohám se sítěmi těles. Též úlohy týkající se pohybu po tělese lze různě variovat, zpočátku může být povolený pohyb pouze po hranách, později i po úhlopříčce stěny. Přípravnou hrou pak může být putování po krychli. Dva hráči mají jednu krychli, na které vyznačí libovolný vrchol. Ten se stává výchozím bodem, z tohoto vrcholu první hráč pokračuje po hraně do dalšího vrcholu, hranu barevně označí. Nyní je na řadě druhý hráč, který musí pokračovat tam, kde první skončil, zabarví další hranu. Následuje opět první, nesmí se ale pohybovat po hraně, která je již označená. A takto pokračují, dokud jeden z nich již nemá kam jít nebo se vrátí do výchozího bodu, tento hráč prohrává (Hejný, et al. 1990, s. 376). Před řešením úloh je třeba sjednotit značení těles.

#### **2.2.5 Skládání a rozkládání těles**

I děti na prvním stupni mohou skládat těleso z různých částí, můžeme jim například nabídnout několik krychlových těles (což je sjednocení shodných krychlí, které mají vždy společnou aspoň jednu celou stěnu), z nichž mají za úkol složit krychli. Úlohu můžeme opět různě modifikovat, lze např. dokreslovat zbylé části nebo počítat kolik krychlí bude potřeba, aby bylo těleso úplné (Hejný, et al. 1990, s. 378).

#### **2.2.6 Pohledy na těleso**

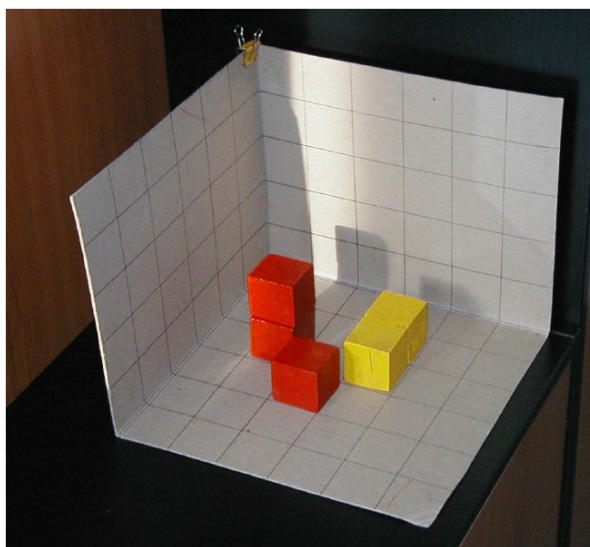
Tento námět lze propojit se stavěním z kostek. Již při této činnosti je dobré děti upozornit, že z každé strany může být těleso úplně jiné. Postupně je tak naučíme pozorně pohlížet na těleso zepředu (nárys), shora (půdorys) i ze stran (bokorys). Různé

pohledy je pak učíme zakreslovat do čtvercové sítě. Opačnou úlohou může být sestavení tělesa dle několika pohledů, např. nárysu, půdorysu a bokorysu (Hejný, et al. 1990, s. 389).

Hejný uvádí ještě několik zajímavých námětů, např. řezy těles. Ty však nejsou pro svou náročnost vhodné pro děti na prvním stupni základní školy, z tohoto důvodu se jimi nebudeme zabývat.

### 2.2.7 Krybox

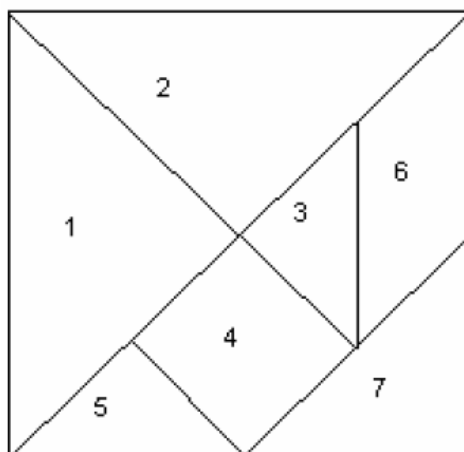
Krybox je učební pomůcka určená přímo k rozvoji prostorové představivosti. Pomůcka je založená na manipulaci s trojrozměrnými předměty – krychlemi. Skládá se z několika základních částí, první částí je tzv. box – prostor vymezený třemi stěnami (z tvrdého kartonu), ke kterému náleží souprava krychlí (viz obr. 2). Dalšími částmi jsou soubor karet na zakreslení vymodelované situace, soubor karet se zadáním, soubor neúplných karet a soubor fotografií. Děti mohou dle předložených karet umísťovat do boxu seskupení krychlí nebo situace v boxu zakreslovat v pravoúhlém promítání na tři průmětny. Práci však musí předcházet důkladné seznámení s prostorem prostřednictvím her, nacvičení orientace v prostoru, umísťování předmětů v prostoru, seznámení se s nutností zavedení systému při určování polohy předmětů, seznámení s pohledy na předmět. Až poté lze přistoupit k vlastnímu seznámení s didaktickou pomůckou a práci s ní (Molnár, Perný, Stopenová 2006).



*Obr. 1: Krybox (Molnár, Perný, Stopenová 2006)*

### 2.2.8 Tangram

Jednoduchý a snadno vyrobitelný čínský hlavolam je výbornou pomůckou k poznání základních geometrických obrazců a uvědomění si jejich vlastností, k rozvoji geometrické představivosti a nácviku orientace v rovině. Jde o čtverec rozdělený na sedm geometrických útvarů (viz obr. 1), ze kterých je možné skládat různé figury, ať už lidské či zvířecí, a předměty. Při skládání tangramu je vždy nutné použít všech sedm částí, které se mohou libovolně převracet, ale nesmí se nijak překrývat. Skládat můžeme do předem připravených šablon, dle předlohy nebo vlastní fantazie. Skládání tangramu je pro děti zábavou, při které si cvičí trpělivost, paměť i postřeh a rozvíjejí svou tvořivost (Molnár, Perný, Stopenová 2006).



Obr. 2: Tangram (Molnár, Perný, Stopenová 2006)

Jednodušší variantou tangramu je čtverec rozstříhaný na čtyři rovnoramenné trojúhelníky, ze kterých lze utvářet různé geometrické útvary. Vhodné je pracovat formou hry, kdy děti soutěží, kdo vytvoří nejvíce geometrických tvarů. Při této činnosti se kromě prostorové představivosti rozvíjí kombinační schopnosti dětí a jemná motorika (Molnár, Perný, Stopenová 2006).

### 3 Matematika v praxi

#### 3.1 Matematika v Rámcovém vzdělávacím programu

V Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV) nacházíme vzdělávací oblast Matematika a její aplikace. Tato oblast je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech. Ty jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Oblast by měla poskytovat vědomosti a dovednosti upotřebitelné v životě a napomáhat tak získu matematické gramotnosti. Vzdělávací obsah oboru Matematika a její aplikace se skládá ze čtyř tematických okruhů

*Číslo a početní operace,*

*Závislosti, vztahy a práce s daty,*

*Geometrie v rovině a prostoru,*

*Nestandardní aplikační úlohy a problémy* (Jeřábek, Tupý 2013, s. 29).

Vzhledem k charakteru práce se blíže zaměříme pouze na tematický okruh *Geometrie v rovině a v prostoru*. V tomto okruhu žáci určují a označují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, dále hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás a uvědomují si vzájemné polohy předmětů v rovině (resp. v prostoru). Učí se též porovnávat, odhadovat a měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem) i zdokonalovat svůj grafický projev (Jeřábek, Tupý 2013, s. 29).

Učivo spadající do tematického celku *Geometrie v rovině a v prostoru* na prvním stupni (Jeřábek, Tupý 2013, s. 31)

- *základní útvary v rovině – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník*
- *základní útvary v prostoru – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec*
- *délka úsečky; jednotky délky a jejich převody*
- *obvod a obsah obrazce*

- *vzájemná poloha dvou přímek v rovině*
- *osově souměrné útvary*

Po absolvování prvního období, tedy po 3. třídě, by měli žáci rozeznat, pojmenovat, vymodelovat a popsat základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa. Dále by měli být schopni porovnávat velikosti útvarů, měřit a odhadovat délku úsečky, rozeznat a modelovat jednoduché souměrné útvary v rovině.

Po druhém období by již měli umět základní rovinné útvary znázornit a narýsovat, vlastní by jim mělo být užívání jednoduché konstrukce. Očekávanými výstupy jsou též grafické sčítání a odčítání úsečky, určení délky lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran. Dovedností žáků by mělo být sestavení rovnoběžky a kolmice, určení obsahu obrazce pomocí čtvercové sítě a užívání jednotky obsahu. V neposlední řadě ve čtvercové síti žáci, po absolvování 1. stupně základní školy, rozpoznají a znázorní jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru (Jeřábek, Tupý 2013, s. 31).

### ***3.2 Pojetí matematiky na 1. stupni základní školy***

Již tradiční je vnímání matematiky jako základu početního vzdělávání. Pojmem matematická gramotnost na 1. stupni základní školy obvykle rozumíme dovednosti v pamětném a písemném počítání. Avšak postupně se setkáváme s úbytkem rychlého a přesného pamětního počítání, ten souvisí především s rozvojem nových technologií. Proč bychom se namáhali přemýšlením, když nám během několika málo vteřin mobil nebo tablet zprostředkují výsledek. Typické jsou výpočty „bez přemýšlení“. Mnozí si neuvědomují, že dovednosti v pamětním počítání se stávají základními stavebními kameny pro porozumění složitějším částem matematiky (Fuchs, Hošpesová, Lišková 2006, s. 8). Již z první věty této části je patrné, že na 1. stupni dominuje počítání, geometrie jakoby nehrála důležitou roli. Na tuto skutečnost upozorňuje F. Kuřina již v roce 1989. Ale bohužel i dnes je pravdou, že geometrii a geometrickému vyjadřování v naší škole věnujeme malou pozornost. Pozitivní stránkou ve vývoji matematického vyučování je jistě metoda pana profesora Milana Hejného, která získává oblibu nejen u nás, ale i ve světě. Metoda je založena na 12 klíčových principech, jedním z nich je *Prolínání témat*. Již z názvu tohoto principu je patrné, že při této metodě nejsou

jednotlivé matematické schopnosti izolovány, i klasické počítání se prolíná s geometrickým učivem, což spatřujeme jako krok správným směrem.

### **3.3 Geometrie**

Matematika není jen o číslech a početních výkonech, zkoumá také vlastnosti některých útvarů, a právě tuto její složku nazýváme geometrií. Geometrie je slovo řeckého původu (geo = země, metrein = měřiti), které bychom přeložili jako „měření Země“ či „zeměměřičství“ (Šarounová 2012, s. 8). Původně se totiž zabývala výhradně vyměřováním zemského povrchu. Je to již několik tisíc let, kdy Babyloňané, Egypťané a Řekové dovedli vyměřovat své pozemky. Nejslavnější doba geometrie spadá do doby několika staletí před naším letopočtem a nám z ní zbylo mnoho řeckých i latinských názvů a písmen řecké abecedy (Kindl 1980, s. 222). F. Kuřina (1996) uvádí, že geometrie byla jako první disciplína, již ve třetím století před naším letopočtem, uspořádána do logicky budovaného systému, který připomíná moderní axiomatiku. Britský geometr Michael Francis Atiyah říká, že geometrie není ani tak odvětvím matematiky, jako spíše způsobem myšlení pronikajícím všemi odvětvími matematiky. Definuje ji jako tu část matematiky, ve které je dominantní zrakové (vizuální) uvažování, naproti algebře, ve které je dominantní následné uvažování. Jeho dichotomii nejlépe vyjadřují slova „náhled“ versus „přesnost“. Obojí je důležité při řešení matematických problémů (Atiyah in Kuřina 1989, s. 52). Geometrii rozdělujeme na dva podobory – planimetrii a stereometrii.

#### **3.3.1 Planimetrie**

##### **Základní pojmy**

Olejárova encyklopédia matematiky definuje planimetrii jako část geometrie, která zkoumá vlastnosti geometrických útvarů, jako jsou přímka, trojúhelník, čtverec, kružnice, elipsa, atd. v rovině. Je to Euklidovská geometrie roviny (Olejár, Olejárová, Olejár 2006, s. 160). Stručně lze říci, že je planimetrie geometrií v rovině.

Mezi základní geometrické pojmy patří objekty – *bod*, *přímka*, *rovina* a relace – *náležet*, *ležet mezi*, *být shodný*. Tyto pojmy jsou přijímány intuitivně a nedefinují se, pouze se popisují. Ostatní pojmy lze z těchto základních pojmů odvodit (Perný 2009, s. 13).

Pro výše uvedené základní pojmy platí základní věty, tzv. školské axiomy (Perný 2009):

*ŠA1: Každými dvěma body je určena jediná přímka.*

*ŠA2: Každými třemi body, které nenáleží téže přímce, je určena jediná rovina.*

*ŠA3: Pro každou přímku  $p$  a každou rovinu  $\alpha$  platí: leží-li dva různé body přímky  $p$  v rovině  $\alpha$ , leží všechny body přímky  $p$  v rovině  $\alpha$ .*

Odvozenými geometrickými pojmy, se kterými pracujeme na základní škole, jsou polopřímka, úsečka, úhel, trojúhelník, mnohoúhelník, kruh a kružnice. Tvorbu rovinných geometrických útvarů nazýváme rýsováním či sestrojováním. Obecně lze hovořit o konstrukci. Při konstrukci je nezbytná zručnost a přesnost, důležité je též hledání postupů konstrukce.

### **Vyučovací cíle**

M. Hejný uvádí pět základních cílů planimetrie:

- zručnost v rýsování, přesnost
- analýza obrázku (dokreslení podstatného, opomíjení nepodstatného)
- konstrukční úlohy
- argumentace
- grupy transformací v rovině

### **3.3.2 Stereometrie**

M. Olejár (2006) definuje stereometrii jako část geometrie, která se zabývá vlastnostmi geometrických útvarů, jako jsou krychle, hranol, válec, koule, elipsoid atd. v prostoru. Nám však opět postačí definice stručnější – stereometrie je geometrie v prostoru. Prostor je prostředí, ve kterém se pohybujeme již od narození, tedy prostředí nám nejbližší. Stereometrie otevírá široký prostor pro uplatnění prostorové představivosti, a proto se jí budeme zabývat podrobněji. Kromě základních pojmů a cílů stereometrie, podnikneme základní exkurz do její historie a stručně se seznámíme s její metodikou.

#### **Historie stereometrie**

Stereometrie nás provází od nepaměti, počátky stereometrického myšlení se váží na měření objemů. Již ve 3. tisíciletí před naším letopočtem dokázali Sumerové měřit

objem. Na základě svých praktických, manuálních zkušeností vytvářeli vzorce pro výpočty objemů. Později využívali Egypťané vzorce pro výpočet objemu pyramid, dokonce uměli vypočítat jejich výšku při předem stanoveném sklonu.

Asi 1890–1800 př. n. l. se v Moskevském a Rhindově papyru vyskytují vzorce pro výpočty objem kvádrů a válců. Papyry byly určeny vojenským písařům, kteří dle zaznamenaných informací měli řešit praktické otázky. Například kolik lidí vykope příkop konkrétního tvaru. Nemalou měrou přispěla rozvoji prostorové geometrii též astronomická pozorování a potřeby navigace.

Spekulativní a abstraktní způsob myšlení do stereometrie přinesl příchod Řeků. Před jejich příchodem byla předmětem zájmu pouze reálné tělesa (např. pyramidy). V řecké stereometrii tělesa zůstala, avšak jejich spektrum se rozšířilo a pojem se idealizoval. Kvádr byl zevšeobecněn na hranol, pyramida na  $n$ -boký jehlan a přibyla také složitá pravidelná tělesa. Cílem řeckého bádání je budování teorií zaměřených na zkoumání transformací těles, která zachovávají objem, konstrukci těles a vztahy mezi tělesy navzájem. Kritériem přesnosti teorií se stala vnitřní kauzální provázanost jejich tvrzení a vyvoditelnou složitých teorií z nepochybných axiomů.

Za významný mezník v historii stereometrie považujeme poslední tři knihy Euklidových Základů. Kniha XI se zabývá základními prostorovými vztahy a objemy rovnoběžnostěnů. Kniha XII se věnuje objemu jehlanu, válce, kužele a kulové plochy. Vyvrcholením Základů je Kniha XIII, která přináší nejnovější poznatky řecké stereometrie konce 4. století před naším letopočtem, nalezneme v ní analýzu všech platónských těles: tetraedru, hexaedru, oktaedru, dodekaedru a ikosaedru. K bližšímu porozumění Euklidovy stereometrie přispějí následující tři věty z jeho Základů. Výrazy „shodná tělesa“ rozumí Euklides tělesa se shodným objemem.

**Věta 1:** Rovnoběžnostěny se shodnými základnami a shodnou výškou jsou shodné.

**Věta 2:** Každý trojboký jehlan je možné rozdělit na dva shodné trojboké jehlany, které jsou si navzájem podobné a zároveň jsou podobné celému jehlanu a na dva shodné hranoly, které mají dohromady větší objem než je polovina objemu celého jehlanu.

**Věta 3:** Každý trojboký hranol je možné rozdělit na tři shodné trojboké jehlany.



Následující rozvoj stereometrie nenabízí ucelené koncepce. Stereometrii na rozdíl od planimetrie chybí dobře rozpracované metody a cíle, její rozvoj je epizodální, roztržitý do drobných objevů motivovaných potřebami astronomie, astrologie, architektury, optiky, zeměměřičství a dalších odvětví (Hejný et al. 1990, 361–366).

### **Základní pojmy**

Nutno podotknout, že stereometrie jako geometrie v prostoru v sobě zahrnuje i planimetrii, tedy geometrii v rovině. Také ve stereometrii se setkáváme s pojmy, které se nedefinují a jsou přijímány intuitivně. Z objektů jsou to *bod*, *přímka*, *rovina*, *prostor*, z relací pak *náležet*, *ležet mezi*, *být shodný*. Ostatní pojmy pak z uvedených základních pojmů odvozujeme, ovšem za předpokladu užití pojmů z teorie množin. Takovými odvozenými pojmy mohou být kužel, koule, hranol, platónská tělesa atd. (Perný 2009, s. 22–29).

### **Klasifikace stereometrie**

#### **1. Spontánní stereometrie** (*základní představy o prostorových útvech*)

- geometrická tělesa – modelování a zobrazování těles
- sítě těles – vytváření sítí, konstrukce těles ze sítí, manipulace se sítěmi
- pohyb tělesa – odvalování těles, zápis pohybu
- povrch tělesa – pohyby po hranách tělesa, po povrchu
- kombinatorika – vybarvování hran a stěn tělesa, kombinatorické hry
- prostorová bludiště – řešení a konstruování

#### **2. Kalkulativní stereometrie** (*výpočty objemu, povrchu, odchylek, vzdáleností*)

- povrchy těles – výpočty a určování povrchů
- objemy těles – výpočty a určování objemů
- určování délek – úhlopříček, výšek, vzdáleností bodů
- určování úhlů – odchylek přímek a rovin

#### **3. Teoretická stereometrie** (*vícerozměrné prostory, deduktivní odvozování*)

- vzájemné polohy ve vícerozměrných prostorech
- prostorové transformace a jejich skládání
- axiomatizace stereometrie

#### **4. Konstruktivní stereometrie** (*grafické řešení některých úloh*)

- řezy těles
- určování délek a odchylek

Výše uvedená klasifikace je přejatá od J. Perného, který doplnil klasifikaci V. Repáše o konstruktivní stereometrii (Perný 2009, s. 21).

#### **Vyučovací cíle**

M. Hejný uvádí několik cílů stereometrie:

- zručnost v rýsování (především schopnost zachytit prostorovou situaci v rovinném obrázku)
- analýza obrázku (schopnost vidět rovinný obrázek prostorově, najít správný úhel pohledu)
- konstrukce těles, řezy, sítě (důraz na prostorovou představivost)
- grupy transformací v prostoru

#### **Metodika stereometrie**

Jako jeden z důvodů malého zastoupení stereometrie ve výuce matematiky bývá uváděna slabá připravenost učitelů na vyučování tohoto tematického celku. I proto zde uvádíme dvě základní koncepce výuky stereometrie dle M. Hejného.

Přestože se rodíme do trojrozměrného světa a pohybujeme se v prostoru, jen zřídka si uvědomujeme, že schopnost prostorové představivosti nám není dána, není vrozená. Je tedy třeba pracovat na jejím rozvoji. V předškolním věku ji rozvíjíme jakýmkoliv stykem s geometrickými objekty, nejčastěji hrou s kostkami. Záměrné rozvíjení prostorové představivosti však přichází až s nástupem povinné školní docházky. Koncepce rozvoje prostorové představivosti není jednotná, setkáváme se dvěma protichůdnými názory.

Dle prvního názoru jsou základem vyučování stereometrie pojmy bod, přímka, rovina, prostor a relace incidence. Těmito základními kameny stereometrických představ je třeba začít výuku stereometrie. Názor se řídí Komenského zásadou „od jednoduchého ke složitému“.

Druhý názor zastává návaznost na zkušenosti z předškolního období, které děti získaly hrou s kostkami. Základním objektem poznání stereometrie se tedy stává kostka

(krychle) a odpovídajícími pojmy dle dimenze jsou její stěna (čtverec), hrana (úsečka) a její vrchol (bod). Úkolem školy je ukázat dítěti cestu k uvědomění si doposud vnímaných jevů a rozšíření geometrických her.

Sám autor je po mnohých zkušenostech výhradním zastáncem druhého názoru. Argument „od jednoduchého ke složitému“ považuje za nepochopení slova „jednoduchý“. Ačkoli je pojem rovina základem teorie stereometrie, rozhodně není pojmem snadno uchopitelným (Hejný, et al. 1990, s. 367).

# PRAKTICKO-VÝZKUMNÁ ČÁST

## 4 Praktická část

Ústředním tématem diplomové práce je prostorová představivost dětí. V předchozí části práce byla uvedena teorie k danému tématu. Praktická část se věnuje konkrétním aktivitám vedoucím k rozvoji prostorové představivosti dětí.

### 4.1 *Cíl a obsah praktické části*

Cílem praktické části je sestavit soubor úloh pro rozvoj prostorové představivosti žáků pátých tříd a následně jej s žáky realizovat.

Praktická část obsahuje soubor úloh, které byly použity k rozvoji prostorové představivosti žáků. Soubor je rozdělen do čtyř tematických částí, které následují dělení profesora Hejného, a jsou tak řazeny vzestupně dle obtížnosti. Každá část obsahuje přípravu na jednu vyučovací hodinu a tři pracovní listy, které procvičují probraný tematický celek. Na každém pracovním listu jsou dvě úlohy, kterým je třeba věnovat přibližně 10 minut z vyučovací hodiny. Celý soubor je pak koncipován na dobu jednoho měsíce, jeden tematický celek na jeden týden.

### 4.2 *Vytvoření souboru*

Vytvoření souboru úloh předcházelo prostudování odborné literatury, sbírek matematických úloh a učebnic matematiky pro žáky 5. tříd. Ve většině učebnic a sbírek úloh výrazně převládaly úlohy aritmetické, úloh geometrických zde bylo podstatně méně, navíc byly povětšinou pouze planimetrické. Z výše uvedeného jasně vyplývá, že rozvoji prostorové představivosti stále není věnována dostatečná pozornost. Výjimkou jsou pracovní sešity a učebnice Fraus, jejichž spoluautorem je pan profesor Hejný. Tyto učební materiály představují zcela jiný, netradiční přístup k výuce matematiky a mj. rozvíjejí prostorovou představivost žáků. Naším cílem však bylo vytvořit soubor

úloh zaměřených výhradně na rozvoj prostorové představivosti žáků, a to pokud možno, co nejatraktivnější formou.

Struktura souboru úloh byla inspirována náměty k rozvíjení prostorové představivosti profesora Hejného, které jsou popsány v teoretické části. Tématem prvního týdne se stala krychlová tělesa, následoval týden věnující se sítím krychle, ve třetím týdnu jsme se zabývali odvalováním krychlí (pohyb tělesa) a týden závěrečný se zabíral geometrií povrchu tělesa.

Celý soubor úloh je provázán postavami z Krychlíkova, města, kde je úplně všechno hranaté. Žáci se tak postupně seznamují s panem Krychlíkem, slečnou Krychličkou a dalšími obyvateli Krychlíkova, kteří je provází po celou dobu práce. Postavy jsou průvodci v krychlovém světě a motivují žáky k řešení úloh. Hodiny jsou koncipovány tak, že je vede některá z postav, učitel tak vystupuje po celou dobu v její roli. Řeč postav je psána kurzívou. Dle postav jsou také jednotlivé tematické celky pojmenovány.

Úvodní týden, s názvem Krychlík stavitelem, byl zaměřen na stavby z krychlových těles, úlohy byly inspirovány náměty J. Perného (Tvořivostí k rozvojové představivosti) a J. Vaňkové s H. Liškovou (Sedm matematických příběhů pro Aničku, Filipa, Matýska). Žáci se nejprve prostřednictvím pana Krychlíka seznámili s krychlovým světem a později rozvíjeli svou prostorovou představivost pomocí hry s krychličkami.

Týden druhý, Krychliččin kabátek, přivedl k žákům Krychlíkovu kamarádku Krychličku. S ní se pak žáci věnovali v různých činnostech sítím krychle. Stěžejním úkolem bylo skupinové skládání krychlí z velkých kartonových čtverců. V pracovních listech pak žáci doplňovali sítě krychlí dle různých kritérií.

Ve třetím týdnu, s názvem Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou, za žáky přišli oba hrdinové. Společně s nimi se žáci naučili odvalovat krychle. Zde byly úlohy opět inspirovány náměty J. Perného. Odvalování krychlí je poměrně náročné, proto bylo v pracovních listech doplněno jiným typem úloh – logickými řadami.

V závěrečném týdnu se objevila nová postava, a to děsivý Krychložrout, před kterým museli žáci utíkat – „utíkat“ po povrchu krychle. Naučili se tedy pouze ve své mysli pohybovat po hranách i napříč stěnami krychle. Jako doplněk byl k úlohám na geometrii

povrchu tělesa zvolen tangram, a to především s ohledem na jeho snadnou dostupnost a využitelnost.

### **4.3 Soubor vyučovacích hodin a pracovních listů**

#### **4.3.1 Krychlík stavitelem**

##### **Krychlík stavitelem – příprava vyučovací hodiny**

**Třída:** 5.

**Předmět:** Matematika – geometrie

**Cíl- výchovný, vzdělávací:** Rozvoj prostorové představivosti a rozvoj spolupráce.

**Očekávané výstupy:** Žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše krychli.

**Klíčové kompetence:** k řešení problémů, komunikativní, k učení

**Učivo:** základní útvar v prostoru – krychle, prostorová představivost

**Pomůcky:** špejle, modelína, soubor krychliček, obrázky krychlových staveb, čtvercové síť

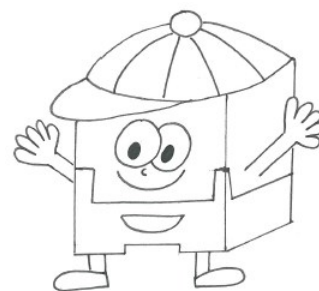
**Motivace:** návštěva Krychlíka (viz průběh hodiny)

**Tabule:** krychlové stavby viz úlohy 3, 4, 5 a 7

**Průběh:**

*Milé děti,*

*já jsem Krychlík a přicházím k vám z Krychlikova. Jsem obyčejný kluk jako vy. No vlastně se od vás trochu liším, mé tělo je tak trochu hranaté. Ale v Krychlikově nejsem nijak výjimečný, hranaté tam máme vlastně všechno. Třeba domy, tak na ty jsme úplně nejpyšnější. Jsou to velikánské stavby jenom z krychlí a žádné dvě nejsou stejné. To je vám ale krása... Achjo... Škoda, že tam nemůže se mnou, abyste se na tu nádheru podívaly. Jéé, to jsem ale hlupák, vždyť já jsem vám v tom všem povídání zapomněl říct, že se učím stavitelem. Takže si takové město můžeme společně postavit i tady u vás, ale budu potřebovat vaši pomoc.*



*Nejprve se musíme důkladně seznámit se stavebním materiálem. A než začne opravdová práce, musíme si vytvořit model. No jo, ale já tu nemám žádné krychličky... Vdržte, trochu se tady porozhlédnu. Zdá se, že vám tu z pracovních činností zbyly špejle a trocha modelíny, to je na model ideální. Pro začátek stačí, když každý z vás sestaví jednu krychli. Víte, kolik špejlí budete potřebovat? A jak mají být dlouhé?*

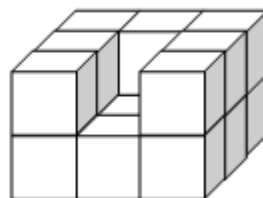
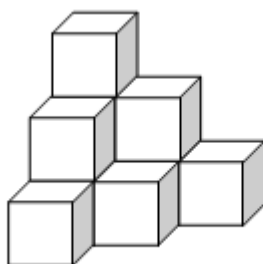
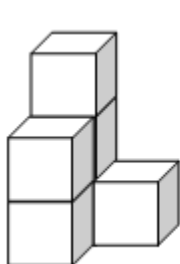
Úloha 1: Postav pomocí špejlí a modelíny krychli.

Kolik má krychle stěn, hran, vrcholů? Co lze říci o jejích hranách?

Úloha 2: Vytvoř s kamarády ve skupině krychlovou stavbu.

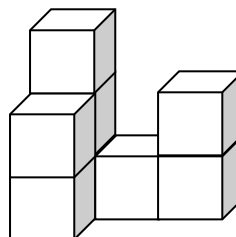
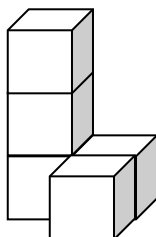
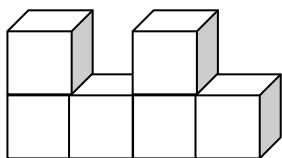
*No to je nádhera, myslím, že se můžeme pustit do opravdového stavění. Mezitím, co jste pracovaly, jsem zavolaal k nám a poslali mi celý vagón krychliček. Abych vás ještě prověřil, zkuste nejprve postavit stavby, které jsem navrhl já sám.*

Úloha 3: Postav stavby, které Krychlík navrhl. Nejprve spočítej, kolik krychlí je na každou stavbu potřeba.



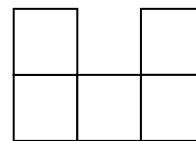
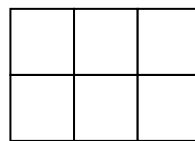
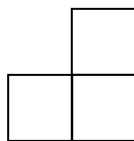
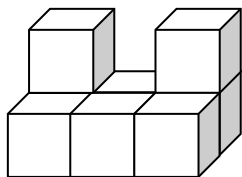
Výpočet: \_\_\_\_\_

Úloha 4: Podívej se na stavbu a zkus ji postavit z paměti.



*Správný stavitel umí zakreslit svou stavbu ze všech stran, zepředu je to poměrně snadné. Ale jaký je pohled shora a zprava?*

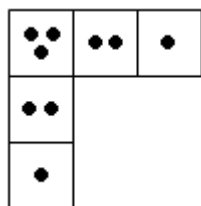
Úloha 5: Dopiš, o které pohledy na stavbu se jedná.



Úloha 6: Postav libovolnou krychlovou stavbu z 6 krychlí a do čtvercové sítě nakresli pohledy zprava, zleva, shora a zepředu.

*Výborně, už umíte zakreslit stavbu ze všech stran. Ale stavitelé mají obvykle plné ruce, takže nemohou používat tolik nákresů, proto staví podle plánek. Vyznačí se v nich jen oni, ale že jste tak šikovní a snaživí, také Vás to naučím.*

Úloha 7: Přemýšlej, co mohou znamenat tečky v plánu (půdorysu). Pokus se stavbu postavit.

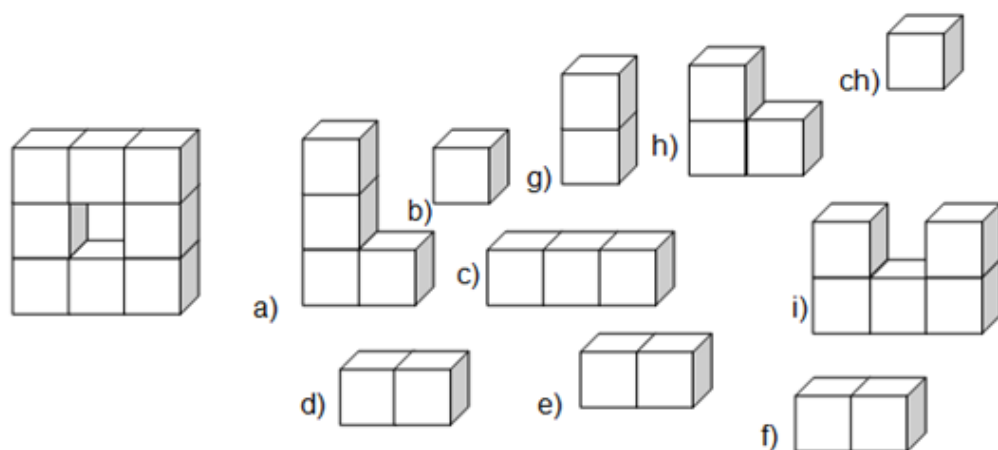


(Úloha 8: Postavte ve skupině co nejvíce staveb ze čtyř krychlí.)



## Pracovní list 1 – Krychlík stavitelem

1. Krychlík by rád postavil novou stavbu, ale jednotlivé části se mu pomíchaly. Které kusy musí dát k sobě, aby postavil stavbu na obrázku? Má více možností?



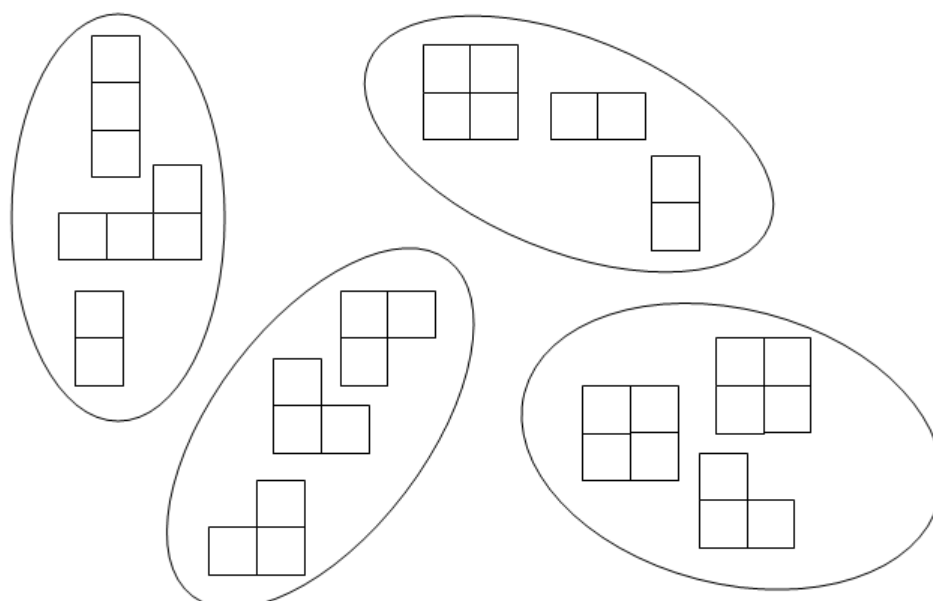
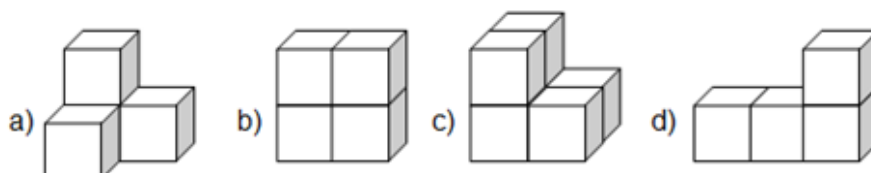
.....

.....

.....

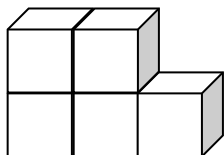
.....

2. Pomoz Krychlíkovi najít správné pohledy ke všem stavbám. K jednotlivým pohledům dopiš, odkud jsou (shora, zepředu, zprava).

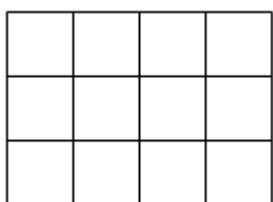


## Pracovní list 2 – Krychlík stavitelem

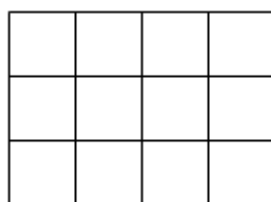
1. Zdá se, že už nepotřebuješ Krychlíkovu nápovědu. Jako zkušený stavitel načrtni ke stavbám pohledy a) zepředu, b) shora, c) zprava.



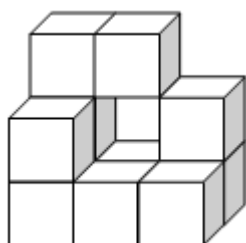
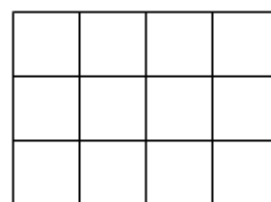
a)



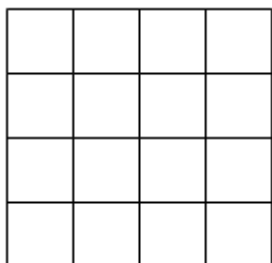
b)



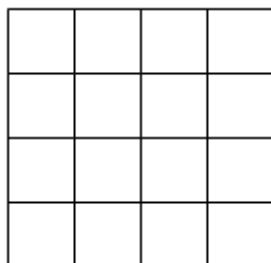
c)



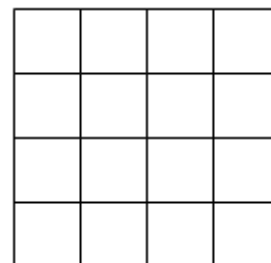
a)



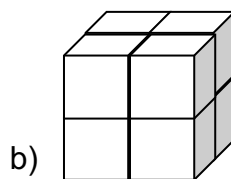
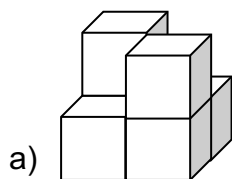
b)



c)

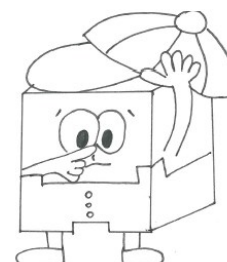


2. Stavby by měly být barevné. V Krychlíkově se zdobí barevnými samolepkami. Na kterou stavbu bude potřeba více čtvercových samolepek? Nejprve odhadni, poté vypočítej.



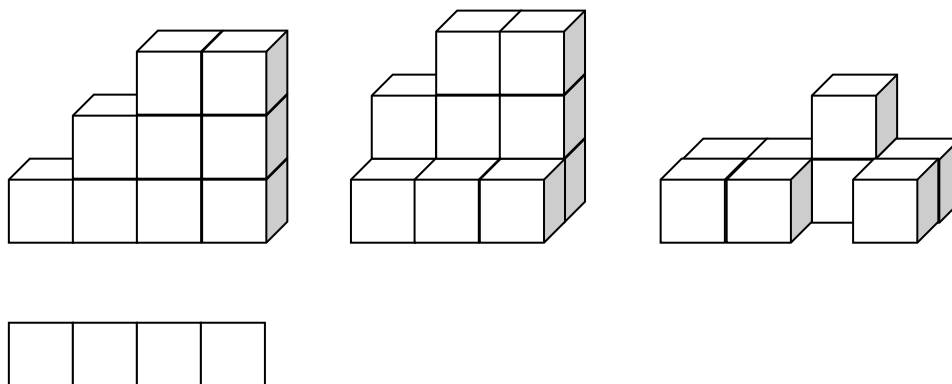
Odhad:

Výpočet:

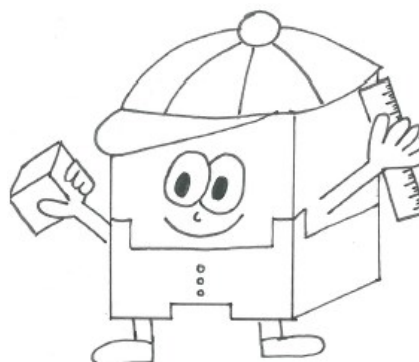


### Pracovní list 3 – Krychlík stavitelem

1. Stavitelé si doma zapomněli plány staveb. Vytvoř jim pomocí kótování nové.



2. V Krychlíkově se chystá výstavba nové čtvrti, bude ovšem tak trochu zvláštní, všechny domy budou pouze ze čtyř krychlí. Kolik takových různých staveb je možné postavit? Načrtni.



### 4.3.2 Krychliččin kabátek

#### Krychliččin kabátek – příprava vyučovací hodiny

**Třída:** 5.

**Předmět:** Matematika - geometrie

**Cíl- výchovný, vzdělávací:** Rozvoj prostorové představivosti a rozvoj spolupráce.

**Očekávané výstupy:** Žák načrtne a správně doplní síť krychle.

**Klíčové kompetence:** k řešení problémů, pracovní, komunikativní

**Učivo:** krychle, síť krychle, prostorová představivost

**Pomůcky:** kartonové po stranách děrované čtverce, provázek, nůžky, fixy, čtvercové síť, pastelky

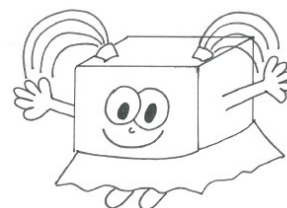
**Motivace:** slečna Krychlička (viz průběh hodiny)

**Tabule:** --

**Průběh:**

*Ahoj děti,*

*tak jsem přišel, jak jsem vám posledně slíbil. Dostalo se ke mně, že jste byly v řešení úloh velice úspěšné, a že už budeme moci konečně začít s výstavbou nové čtvrti. Kolik staveb ze čtyř krychlí jste společně navrhly? No, to je paráda. Ale byla by škoda nechat krychle holé. Když už máme tak pěkné stavby, měli bychom je i vyzdobit. Ale na to už takový odborník nejsem, tak jsem vzal s sebou svou kamarádku Krychličku.*



*Ahoj děti, já jsem Krychlička a jsme s Krychlíkem sousedé, mě více než samotné stavění zajímá zdobení a malování. A jelikož máme u nás všechno hranaté, specializují se na „oblékání“ všemožných krychlíček. A víte co, raději už se pustíme do práce. Kryhlík mi pověděl, že nevíte, jak krychli správně ustrojit.*

*Základem všeho je nastráhat si dostatek látky. Kolik budeme potřebovat čtvercových dílů, abychom oblékli celou krychli? A jak je „sešijeme“ k sobě?*

**Úloha 1:** Najděte ve skupině, co nejvíce sítí krychle. Síť sestavujte z kartonových čtverců a zapisujte do čtvercové sítě.

**Úloha 2:** Vyberte si jednu ze sítí a „sešijte“ ji k sobě.

Úloha 3: Označte stejnou barvou vrcholy, které se při složení krychle setkají ve stejném bodě.

*Tak, základ už máme. Ale teprve teď přijde opravdové umění. Teď musíme naše krychle vyzdobit zvenčí. Dávejte tedy veliký pozor, abyste nenamalovali okna na podlahu. Co myslíte, že každá stavba nutně potřebuje?*

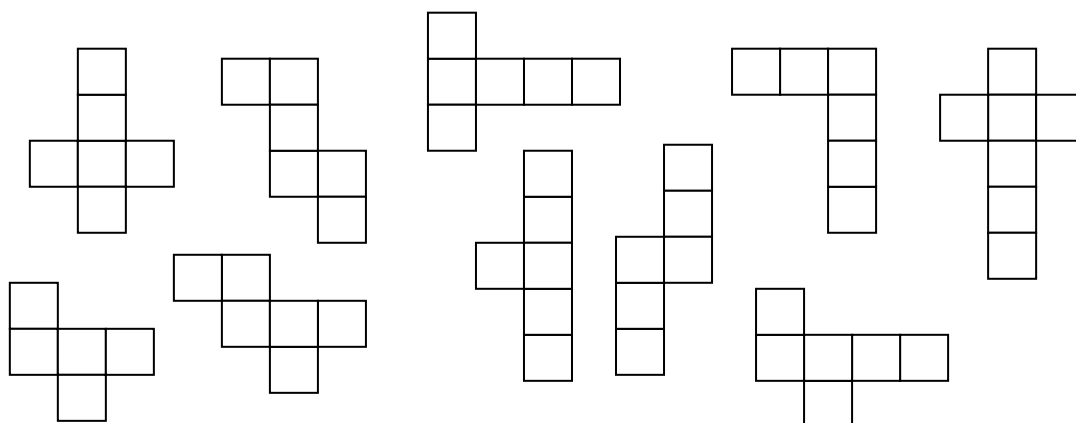
Úloha 4: Doplněte na síť dvoje dveře, které budou na protějších stěnách krychle. Dále na obě boční stěny velká okna. Dveře i okna vyznačte propíchnutím kružítka tak, aby byla vidět i na vnitřní straně. Horní stěnu vyzdobte jako střechu a dolní stěnu nechte prázdnou.

*Zdá se, že naše čtvrt' bude opravdu krásná! Ale aby se tam Krychlíkovánům dobře žilo, je třeba jim zařídit i vnitřek.*

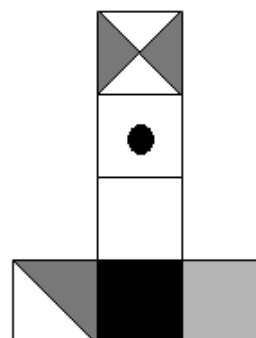
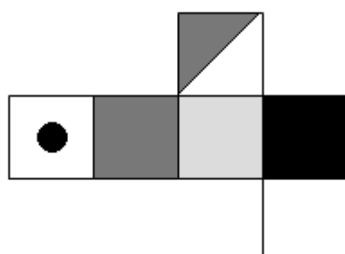
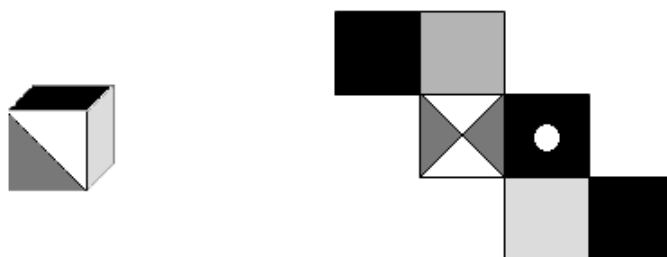
Úloha 5: Dokreslete vnitřní stěny krychle. Dveře a okna již máte vyznačená. Na přední stěnu vedle dveří dokreslete velkou skříň. Vedle jednoho okna umístěte poličku, naproti (vedle druhého okna) dokreslete obraz. Na strop nezapomeňte zavěsit světlo a na podlahu položit kobereček.

## Pracovní list 4 – Krychliččin kabátek

1. Krychlička dostala za úkol obléknout na bál deset svých kamarádek Krychlinek, neměla ale dostatek času, aby šaty ušila sama, a tak požádala o pomoc svou sestřenicí Krychlenu. Ušila Krychlenu všechny šaty správně? Zakroužkuj sítě krychlí.

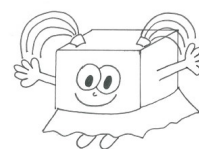
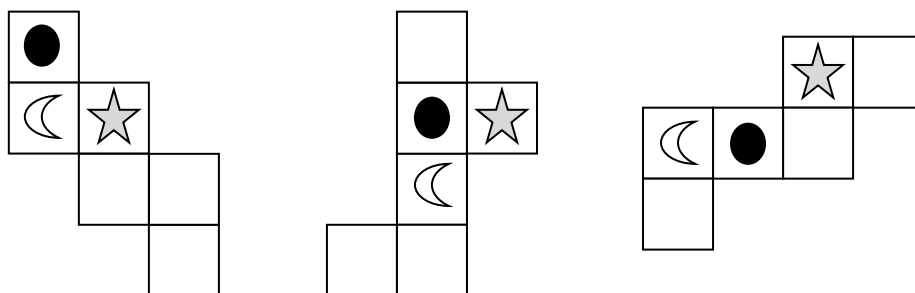


2. Po přešití a úpravě nepovedených šatů se Krychlička pustila do jejich zdobení. Ze které sítě ušila šaty na obrázku? Zakroužkuj.

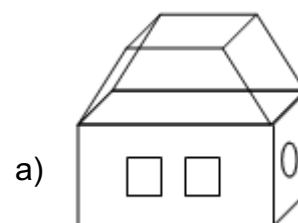
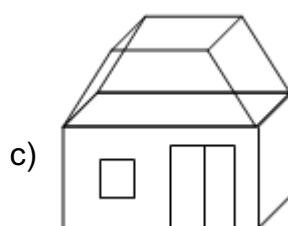
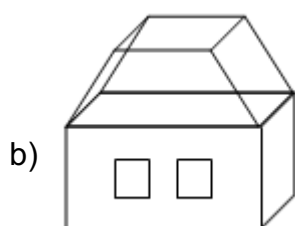
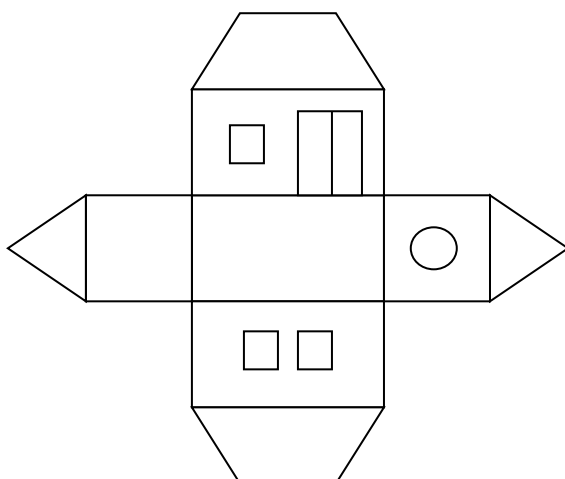


## Pracovní list 5 – Krychliččin kabátek

1. Nakonec si Krychlička nechala šaty pro tu nejhezčí z Krychlinek. Ta vyslovila jasné přání. Po obléknutí šatů měly být na protějších stěnách krychle stejné symboly. Krychlička už se ale samou únavou zavíraly oči a tak si nebyla jistá, jak symboly správně doplnit. Dopln symboly tak, aby byly na protějších stěnách krychle shodné.

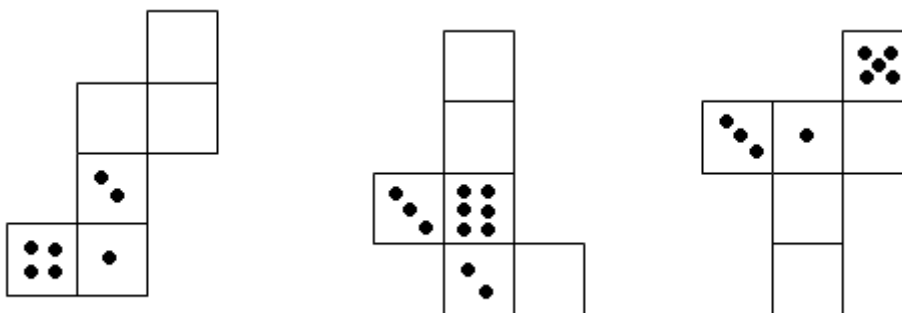


2. Po ušití posledních šatů odcházela Krychlička spát do svého domu. Její domek vznikne složením sítě na obrázku. Který to je?

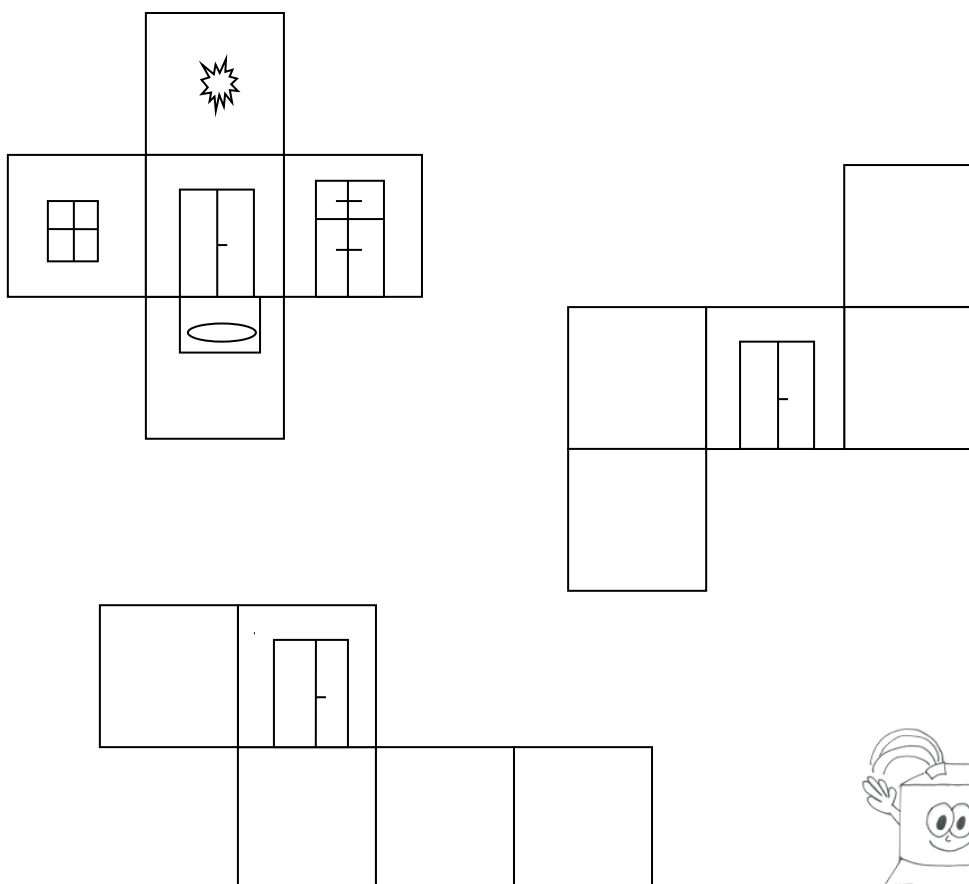


## Pracovní list 6 – Krychliččin kabátek

1. Ve městě se pořádá týden her, a proto se budou stavět tři domy, které budou zvenku vypadat jako hrací kostky. Pomoz Krychličce doplnit síť tak, aby byl na protějších stěnách krychle součet roven sedmi.



2. Uvnitř však zůstanou domy plně vybavené. Dopln do pokojů okno, skříň, světlo a koberec přede dveře, jako je to v prvním domě.





### 4.3.3 Cestou necestou s Krychlíkem Krychličkou

#### **Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou – příprava vyučovací hodiny**

**Třída:** 5.

**Předmět:** Matematika - geometrie

**Cíl- výchovný, vzdělávací:** Rozvoj prostorové představivosti a rozvoj spolupráce.

**Očekávané výstupy:** Žák doplní síť krychle, zaznamenaná ve čtvercové síti pohyb krychle.

**Klíčové kompetence:** k řešení problémů, pracovní, komunikativní

**Učivo:** krychle, pohyb krychle, prostorová představivost

**Pomůcky:** velká hrací kostka (z kartonu), tempery, štětec, balicí papír, částečně doplněné síť krychle (na čtvrtkách), nůžky, lepidlo, pracovní listy s úlohami 4 a 5

**Motivace:** Krychlík a Krychlička

**Tabule:** --

**Průběh:**

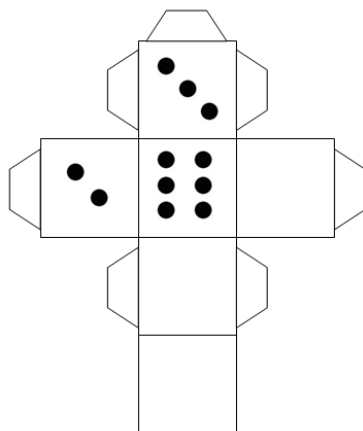
*Ahoj děti,*

*přišli jsme vás pochválit. Nejen, že jste navrhly krásné stavby, vy jste je i nádherně oblékly. Ale bohužel se objevil další problém. Všechny krychle totiž nemají nohy jako my a nemohou na stavbu jen tak dojít, musí se tam odvalit. A takové odvalování, to není žádná legrace. Je třeba dodržet přesnou cestu a někdy je třeba tu správnou cestu teprve najít. A my vám ukážeme, jak se to dělá. Půjčíme si na to krychli obléknutou jako hrací kostku a abychom mohli sledovat její stopy, namočíme jí do barvy.*

Úloha 1: Odvalujte hrací kostku po hracím plánu z výchozí polohy až do polohy koncové.

*Tak jste všichni viděli, jak odvalování kostky funguje. Ale při stavbě není čas s každou krychlí projíždět trasu dopředu a zkoušet, kudy je to nejlepší, tam je všechno do detailu naplánované a musí to perfektně fungovat. Trasy se tedy plánují pouze v hlavách Krychlíkovců. Ti se však nesmí mýlit, jinak by stavby nikdy nebyly včas dokončeny.*

Úloha 2: Doplňte síť krychle tak, aby byl na protějších stěnách součet roven sedmi. Síť krychle vystříhněte a složte.

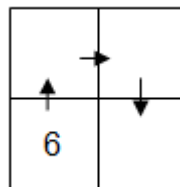
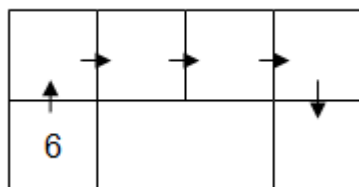
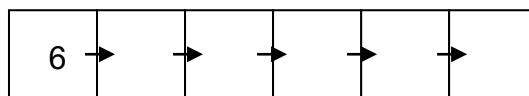
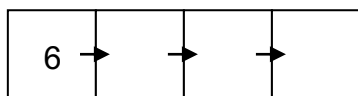


Úloha 3: Postavte krychli před sebe do základní polohy – 6 dole, 1 nahoře, 2 vepředu, 5 vzadu, 3 vpravo a 4 vlevo.

- Kolikrát nejméně musíme kostku převalit, aby byla dole jednička?
- Je více způsobů, jak dostat jedničku dolů?
- Kolik nejméně převalení (ze základní polohy) je potřeba, aby dole byla opět šestka, pokud se nesmím vracet.

*Výborně, už umíte pohybovat kostkou ve své mysli. Abyste však uměli naplánovat i dlouhé trasy, je třeba trénovat daleko více.*

Úloha 4: Převracejte podle šipek a zapisujte hodnoty na dolní stěně krychle.



*Skvěle! Dlouho jsme neviděli tolik dětí, které by to takto hravě zvládly. Ale to stále není všechno. Teď pro vás máme stopy, které hrací kostka zanechala a na vás je zjistit, kudy se to vlastně odvalila.*

Úloha 5: Převracejte na dané hodnoty a zapisujte do plánu šipky.

$$6 - 3 - 2 - 1$$

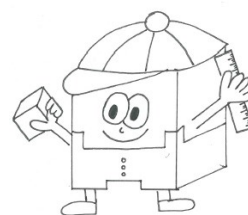
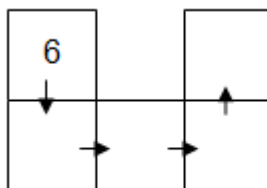
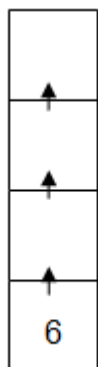
		6		

$$6 - 5 - 3 - 2$$

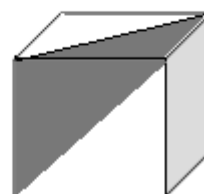
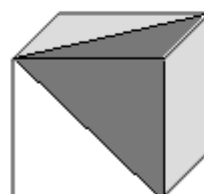
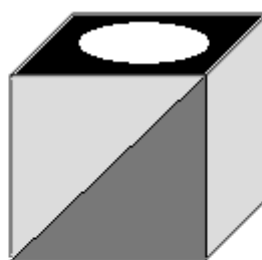
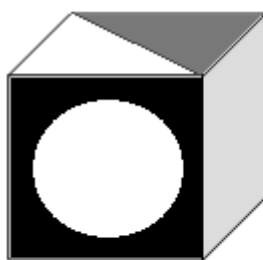
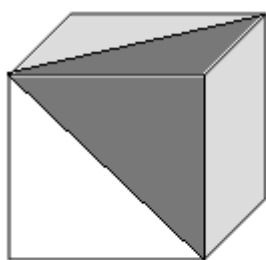
		6		

## Pracovní list 7 – Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou

1. Krychlík se rozhodl, že překvapí Krychlíkovany a začne se stavbou nové čtvrti sám. Ale krychle, které potřeboval, byly na různých místech, naplánoval tedy nejkratší cesty ke stavbě, ale už na ně nestihl doplnit správné hodnoty. Převracej kostku dle šipek a zapisuj hodnoty na dolní stěně krychle.



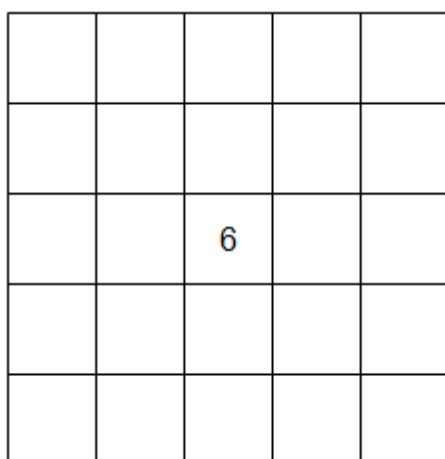
2. Po odvalování chtěl Krychlík kamarádům nakreslit odvalování jedné krychle krok za krokem, ale protože byly všechny krychle oblečeny podobně, před posledním odvalením se mu pomotaly. Vyber z malých krychlí tu, které patří na konec řady velkých.



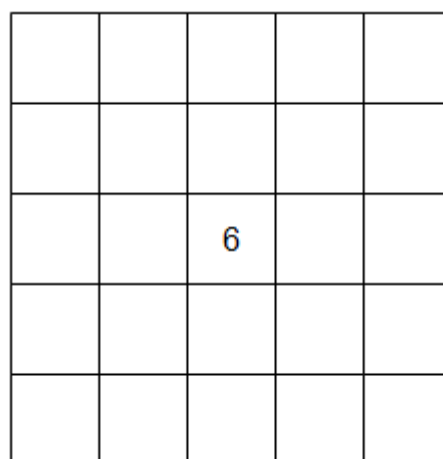
## Pracovní list 8 – Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou

1. Odpoledne už první stavba stála a Krychlík měl takovou radost, že zavolal Krychličce, aby se na tu krásu přišla podívat. A protože spěchal, rychle jí nadiktoval stopy, které na cestě zůstaly po odvalování krychliček, neřekl jí však, kudy se má vydat. Kudy tedy Krychlička šla? Převracej krychli z výchozí polohy na dané hodnoty a zapisuj do plánku šipky.

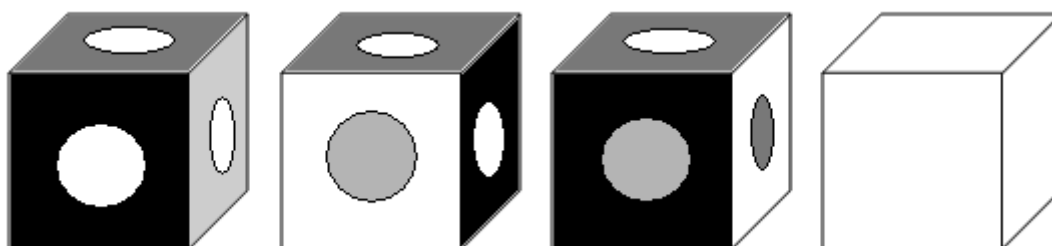
6 – 2 – 4 – 5



6 – 3 – 2 – 1

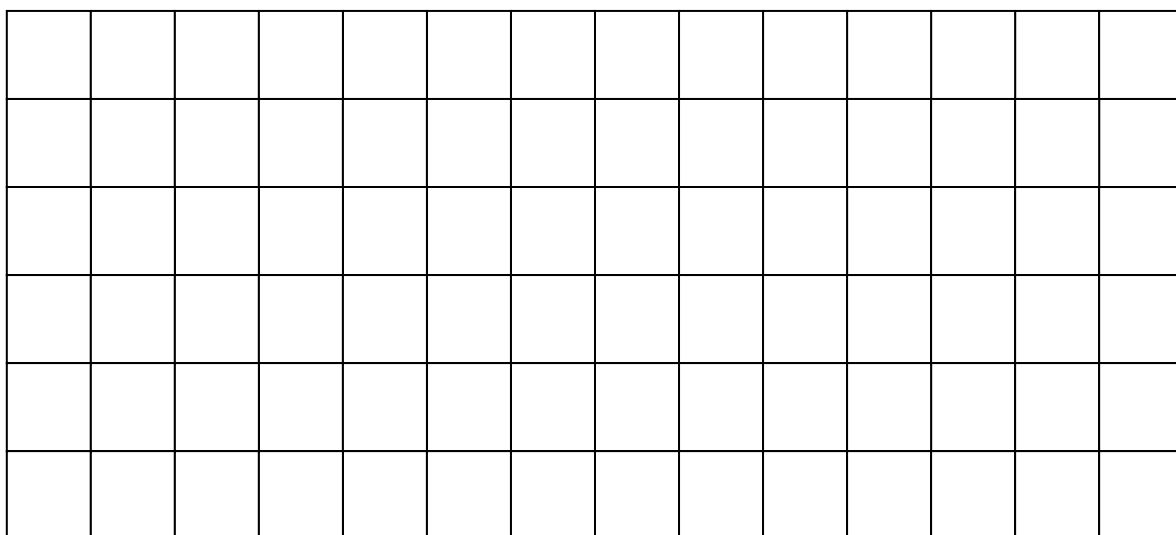


2. Když Krychlička konečně dorazila, nemohla se na tu krásu vynadívat. Na vrcholu stavby se pyšnila nejkrásnější ze všech krychliček. Krychlička si ji prohlížela ze všech stran. Dozadu ale nedohlédla. Dokresli stěny krychle, která je další v řadě.

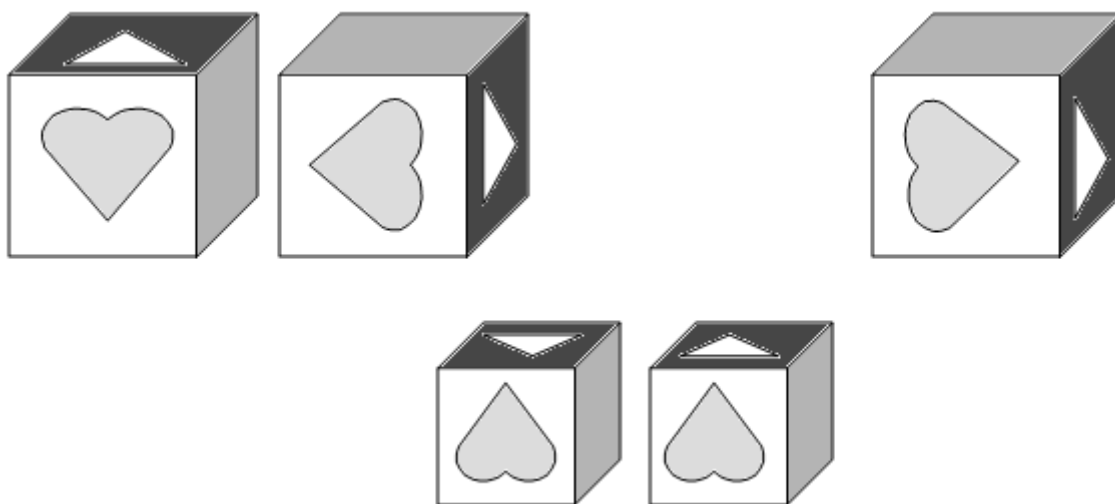


## Pracovní list 9 – Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou

1. Krychlíkova stavba sklídila obrovský úspěch. Malým Krychlíkovánům se nejvíce líbil model hrací kostky, se kterým mohli volně pohybovat. Představ si v hlavě hrací kostku a popiš cesty, kterými je možné ji pomocí maximálně 3 odvalení dostat do výchozí polohy.



2. Hned vedle hrací kostky byl pohyblivý a krásně vyzdobený model další krychle, ten byl určen těm úplně nejmenším. Během svého otáčení se dostával do různých pozic. Jeden z Krychlíkovánů ho roztočil tak rychle, že nestačil postřehnout všechny obrazy. Vypadl mu ten třetí v řadě. Dokážeš určit, která z malých krychlí patří do mezery?



#### 4.3.4 Pozor Krychložrout

##### Pozor Krychložrout – příprava vyučovací hodiny

**Třída:** 5.

**Předmět:** Matematika - geometrie

**Cíl- výchovný, vzdělávací:** Rozvoj prostorové představivosti a rozvoj spolupráce.

**Očekávané výstupy:** Žák popíše krychli.

**Klíčové kompetence:** k řešení problémů, k učení, komunikativní

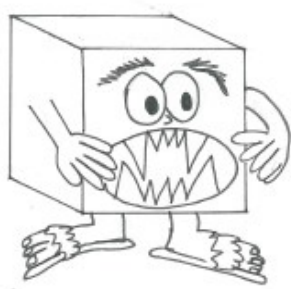
**Učivo:** krychle, pohyb po povrchu krychle, prostorová představivost

**Pomůcky:** soubor krychliček, křídý, barevné čtvrtky, pravítko, nůžky, šablony tangramu

**Motivace:** Krychložrout (viz průběh)

**Tabule:** šablony tangramu

**Průběh:**



*Milé děti,*

*tak už umíte téměř všechno. Než se s vámi ale rozloučíme, musíme se naučit jak se správně pohybovat v Krychlíkově a hlavně po povrchu velkých krychlí. Hned*

*po výstavbě nové čtvrti totiž nastaly Krychlíkovánům krušné časy. Nejobávanější z Krychložroutů se doslechl o té nádheře a usmyslil si, že celý Krychlíkov poobědvá. Krychlíkovánům tak nezbylo než se před ním schovávat. A jelikož ví, že jste Krychlíkovánům se stavbou pomáhaly, bude lepší, když se naučíte po povrchu krychlí rychle pohybovat i vy. Pohybovat se po povrchu krychle, to není jako po chodníku, musíte dávat veliký pozor a zvážit každý krok. Ale co vám budu povídat, raději si to vyzkoušíme.*

Úloha 1: Vezměte si do dvojice jednu krychli a křídu, křídou označte jeden bod (A). První z vás teď vyjde z bodu po jedné hraně, tu označí křídou. Druhý pokračuje tam, kde první skončil a nesmí po již označené hraně. Poté pokračuje opět první. Hráč, který už nemá kam jít nebo se vrátil do bodu A prohrál.

*Pozn.: Vítězové postupují do dalšího kola, kde se utkají s dalšími vítězi, postupně dojdeme k nejlepšímu krychlovému cestovateli.*

*Tak se zdá, že to pro vás nebylo nic náročného. Ted' si vezměte každý svou krychli a představte si, že vás po ní honí Krychložrout. Začínáte v bodě A a snažíte se utéct do úkrytu, ten je v bodě H. Kterou cestu zvolíte?*

Úloha 2: Najděte nejkratší cestu z bodu A do bodu H (G),

- a) když smíte jít pouze po hranách.
- b) když smíte procházet i napříč stěnami krychle.

*Zdá se, že Krychložrout nikoho nedohonil, ale nenechte se mýlit, ten se jen tak nevzdává. Raději si vyzkoušíme, jak dobře se orientujete na krychli.*

Úloha 3: Do kterého bodu dojdou, pokud půjdou

- a) z bodu A nahoru, vpravo, dozadu.
- b) z bodu C dopředu, nahoru, vlevo, dolů.
- c) z bodu F dozadu, vlevo, dolů, dopředu.

*Po hranách vám to jde skvěle, ale Krychložrout je vychytralý a často si cesty zkracuje napříč stěnami, raději si procvičíme i tento pohyb.*

Úloha 4: Do kterého bodu dojdou, pokud půjdou

- a) z bodu B napříč přední stěnou, vpravo, napříč pravou stěnou.
- b) z bodu H dopředu, napříč horní stěnou, dolů.
- c) z bodu F napříč přední stěnou, napříč dolní stěnou, napříč pravou stěnou.

*Může se ale taky stát, že budete schovaní a váš kamarád ne, pak vás bude muset najít. Kdybyste mu však řekli přesnou cestu, vystopuje vás i Krychložrout. A tak mu můžete popsat jen své pohyby.*

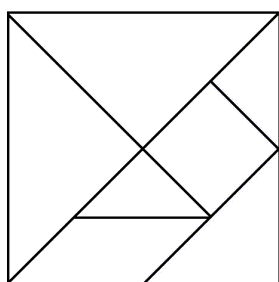
Úloha 5: Odkud a kam jsem šel, pokud mé pohyby byly

- a) dolů, dozadu, doleva.
- a) nahoru, dopředu, doprava.



*Tak teď už si snad poradíte, i kdyby se tu náhodou Krychložrout objevil. No a o krychlích už víte snad všechno, takže jestli chcete, můžeme si teď společně i s Krychličkou vyrobit hru, kterou mají Krychlíkované ze všech nejraději. Je tak populární, že už se dostala i do vašeho světa, takže ji možná znáte. U vás jí prý říkáte Tangram. Je to úplně jednoduché.*

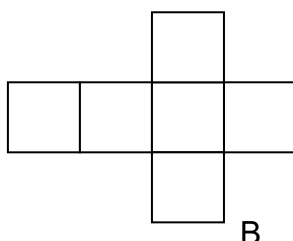
Úloha 6: Vytvořte si z barevného čtverce vlastní tangram. Poskládejte z něj dle šablony svého kamaráda.



## Pracovní list 10 – Pozor Krychložrout

1. Cestou z Tvé třídy cítili Krychlík s Krychličkou jako by jim někdo funěl na záda. Možná to byl Krychloužrout, zdá se, že je Ti na stopě. Raději si připrav únikové cesty, kdyby se tu náhodou objevil.

a) Popiš nejkratší cestu z bodu B do bodu H po hranách. Pokud je více možností, zapiš všechny.



2. Zdá se, že pro dnešek máš před Krychložroutem dostatečný náskok, můžeš se tedy bez obav pustit do skládání Tangramu do připravené šablony.



## Pracovní list 11 – Pozor Krychložrout

1. Tobě se včera sice podařilo Krychložroutovi vyhnout, ale jedna z Krychlinek takové štěstí neměla. Setkala se s ním přímo před Krychlíkovským úřadem. Naštěstí však rychle vzala nohy na ramena a pelášila přímo po úřední krychli, po které běhala tak, aby Krychložrouta zmátla a setřásla. Kam doběhla, pokud běžela

a) z bodu B nahoru, dozadu a napříč pravou stěnou.

b) z bodu B napříč přední stěnou, dozadu, napříč zadní stěnou.

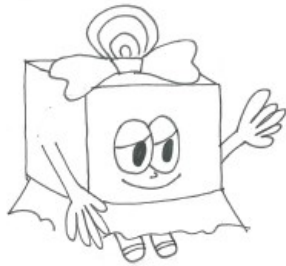
c) z bodu F napříč horní stěnou, napříč levou stěnou, napříč přední stěnou.

2. Večer doběhla unavená Krychlinka domů a doufala, že si odpočine. Malá Krychlinečka si však hrála a nemohla poskládat domeček, unavená Krychlinka jí nedokázala poradit. Zvládnul bys to ty? Poskládej domeček ze svého tangramu.



## Pracovní list 12 – Pozor Krychložrout

1. Malá Krychlinečka byla ze stavění hrozně smutná. A Krychlinka vymýšlela všemožné hry, aby ji nějak rozveselila, dokonce i zapomněla na otřesný zážitek s Krychložroutem. Nakonec rozhodla, že si zahrají tak trochu jinou schovávanou. Krychlinka řekla své dcerušce pouze to, kudy se po krychli vydala, a ona musela uhodnout, odkud a kam šla. Zahraj si s nimi.

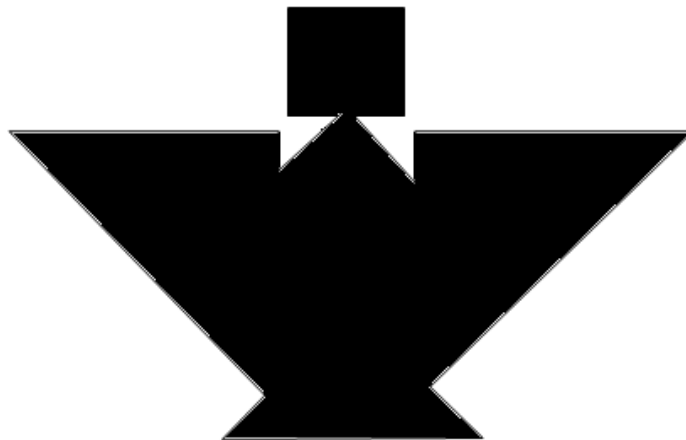


a) Nahoru, dopředu, vpravo.

b) Dozadu, vpravo, nahoru.

c) Nahoru, vlevo, napříč přední stěnou.

2. Nakonec byly obě tak unavené, že usnuly v okamžiku, kdy si lehly do postele. Krychličce se však ve snu vrátil nepěkný zážitek, pomalu se k ní přibližoval Krychložroutův stín. Pokus se dle obrázku Krychložrouta poskládat.



#### **4.4 Závěrečná reflexe vyučovacích hodin**

Měsíc s Krychlíkovany měl u žáků celkově obrovský úspěch. Přesto, že už jsou na konci prvního stupně, nechali se do práce „vtáhnout“ pomocí jednoduché motivace a s chutí očekávali příchod každého dalšího obyvatele Krychlíkova. Práce byla velice příjemná také pro učitele.

Úvodní hodina, vůbec první s těmito žáky, byla překvapivě zdařilá. Po úvodních rozbacích některých z nich, se podařilo je zaujmout, i díky dobré motivaci v podobě pana Krychlíka. Většina žáků měla pocit, že si vlastně celou hodinu hrají. Ačkoli ve škole měli soubor krychlí, nikdy s nimi takto nepracovali. Největší úspěch mělo stavění krychlových staveb z paměti. Protože poměrně dlouhou dobu zabrala první aktivita, stavění krychle ze špejlí a modelíny, nestihli žáci postavit všechny stavby, nicméně si vyzkoušeli všechny varianty, včetně kótování.

Před druhou vyučovací hodinou už žáci bedlivě vyčkávali slečnu Krychlíkovou, Krychlík jim totiž slíbil její příchod. Hodina probíhala skupinovou formou, což vyhovovalo většině z nich. Úkolem skupin bylo nalézt všechny sítě krychle, přičemž měla každá skupina k dispozici právě šest velkých kartonových čtverců. Skupina, ve které nebyl žádný chlapec, našla sítě nejméně. Dívky si s úkolem příliš nevěděly rady, přestože se jim dostávalo největší nápovědy. Nalézt všechny sítě se podařilo jedné skupině. Následovalo svázání sítě a vytvoření krychle, kterou museli žáci vyzdobit. Na úpravu interiéru bohužel nezbyl čas, na tuto práci by byly ideální dvě vyučovací hodiny.

Třetí týden, který se zabýval odvalováním krychle, byl pro žáky nejnáročnější a v závěru byl vyhodnocen jako nejméně oblíbený. Při úvodní aktivitě tempery poměrně rychle zasychaly a hrací kostka zanechávala nevýrazné stopy. Více se vydařila výroba vlastních hracích kostek. Nicméně následná práce, manipulace s kostkou pouze v mysli, byla pro polovinu žáků opravdu náročná. Vhodné tedy bylo doplnění pracovních listů o jiný typ úlohy.

Závěrečný týden se opět vydařil. Na úvodní motivační hru by ale bylo lepší použít větší krychle, aby na ně oba žáci dobře viděli. Pohyb po krychli nečinil žákům výraznější obtíže. Tangram se dočkal rozporuplných reakcí, většina dětí se pustila s chutí do skládání. Kdo se však nedobral cíle ani po několika pokusech, obvykle ve svém snažení

nevytrval. Předpoklad, že se již žáci s tangramem setkali, byl mylný, dobré je tedy začít jednoduššími obrazci.

Pracovní listy žákům zadávala třídní paní učitelka, vždy na začátku hodiny matematiky. Jejich cílem bylo procvičení a upevnění si nově nabytých dovedností z předcházejících hodin. Po vyplnění pracovních listů následovala krátká reflexe. Celkově byly pracovní listy žáky hodnoceny kladně. Po úplném skončení práce na rozvoji prostorové představivosti si žáci domů odnesli Průvodce Krychlíkovem, který obsahoval všechny jejich pracovní listy.

#### **4.5 Hodnocení žáků**

Zde jsou uvedena některá doslovná hodnocení žáků.

*Libilo se mi to hlavně pan krychlík a paní krychlička, a taky mě bavily ty hry atd. Byla ste hodná.*

*Bylo to dobré a zábavné. Nejlepší bylo vymýšlení staveb. Bavilo mě to.*

*Všechno bylo dobré. Více mě bavilo stavění podle obrázků. Méně mě bavilo hledání cesty po krychly a chození po krychly.*

*Bavilo mně pracovat ve skupině. Bavili mně testy s Krychlíkem a Krychličkou.*

*Mě bavilo vše, ale jediné co mě nebavilo skládání panáčků.*

*Libilo semi to když sme pracovali ve skupinách. Libilo semi to když sme pracovali sami. Libili semi pracovní listy. Nelibilo semi chození po krichlich.*

*Mě se nejvíc líbilo a bavilo to jak jsme pracovali ve skupinách, a jinak se mi vše líbilo.*

*Mě se líbili papíry. (Myšleno pracovní listy.)*

*Mě se to líbilo ale bylo toho málo. Byla jste hodná. Nejvíce se mi líbilo skládání krychle z kartonu.*

*Docela dobré.*

*Líbyli jse my ty papírové papíry a skupiny. A chtěl bych aby jsme to ještě to měly.*

*Mě se líbilo úplně všechno. Paní učitelka byla hodná a, když někdo něco nevěděl tak mu poradila. Všechny hodiny byli super a nic bych nezměnovala.*

*bavili mě ty hodiny, bylo to zajímavé, byla jste hodně milá. Ale pokud to byla geometrie tak by jsme mohli i rýsovat?*

*Líbilo se mi skládání staveb z krychlí. Nelíbilo se mi doplnění krychle do řady chození po krychli atd....*

*Bavilo mě to. Byla jste hodná. Nejvíc mě bavilo to (nahoru, dolu, atd.). Nejvíc mě nebavilo: to ve skupinkách a to převrácení krychle. (Myšlen pohyb krychle).*

Z dvaceti žáků, kteří se účastnili závěrečného hodnocení, by chtělo 16 žáků pokračovat v učení s Krychlíkem a Krychličkou, jeden žák uvedl, že „trochu“ a pouze tři by pokračovat nechtěli. Šlo o tři chlapce, kteří však práci hodnotili jako zábavnou a ve svých předchozích odpovědích neuvedli nic negativního.

## **5 Výzkumná část**

### **5.1 Cíl a obsah výzkumné části**

Cílem výzkumné části je zjistit, jakou úroveň prostorové představivosti mají žáci dvou paralelních pátých tříd a jaký je jejich vztah ke geometrii. Dále šetření po měsíci opakovat a obě třídy porovnat. Přičemž na jednu ze tříd bude během měsíce cíleně působeno. Dále pak porovnat prostorovou představivost chlapců a dívek.

Výzkumná část tedy, kromě parametrů šetření, obsahuje dva testy, a to vstupní (Test A), který byl žákům předkládán bez jakékoliv přípravy a výstupní (Test B), který žáci dostali zhruba s měsíčním odstupem. Oba testy se skládají ze čtyř typově shodných úloh, výstupní test je však obtížnější. Kromě testů jsou zde také dva dotazníky, které zjišťují vztah žáků ke geometrii. Největší část je pak věnována interpretaci výsledků šetření.

### **5.2 Předpoklady**

Po vytyčení cílů práce byly, za podpory odborné literatury, stanoveny následující předpoklady.

P1: Prostorová představivost chlapců je na vyšší úrovni než prostorová představivost dívek.

P2: Žáci, na které bylo cíleně působeno, budou při řešení výstupního testu úspěšnější než žáci, na které cíleně působeno nebylo.

P3: U žáků, na které bylo cíleně působeno, dojde ke změně vztahu ke geometrii.

### **5.3 Použité metody**

K získání kvantitativních i kvalitativních údajů byly použity dvě hlavní metody, a to dotazník a test. Metody byly voleny s ohledem na stanovené cíle šetření.



Test definuje Michalička (in Chrátka 2007, s. 184) jako zkoušku, úkol, identický pro všechny zkoumané osoby s přesně vymezenými způsoby hodnocení výsledků a jejich číselného vyjadřování. Podmínky testu byly v šetření dodrženy. Oba testy byly identické pro všechny žáky a jejich hodnocení bylo jasně vymezeno, což je patrné z přílohy A.

Dotazník definuje Chrátka (2007) jako soustavu předem připravených a pečlivě formulovaných otázek, které jsou promyšleně seřazeny a na které respondent písemně odpovídá. V případě našeho šetření se kladené otázky vztahovaly k vnitřním jevům, dotazovaly se respondentů na jejich postoje. Podmínky stanovené výše uvedenou definicí byly při šetření dodrženy.

## **5.4 Charakteristika zkoumaného vzorku**

Zkoumaným vzorkem byli žáci pátých ročníků Základní školy Liberec, Dobiášova. Celkem se šetření účastnily dvě páté třídy (5. A, 5. C) s celkovým počtem 45 žáků. Cíleně působeno bylo na třídu 5. A, ve které bylo 21 žáků, z toho 14 dívek a 7 chlapců.

## **5.5 Průběh šetření**

### **5.5.1 Sestavení testů**

Testy byly sestaveny na základě námětů M. Hejného (viz 2.2.1–2.2.4), vybrány byly 4 typově odlišné úlohy na rozvoj prostorové představivosti. Cílem bylo zahrnout do testů úlohy vyžadující různé typy řešení. Výběr byl limitován obsahem učiva pro 1. stupeň základní školy.

Záhlaví testů tvořily údaje o pohlaví, třídě a známce z matematiky z posledního vysvědčení. Poslední položkou byla značka, kterou žáci používali po celou dobu šetření, tak aby bylo možné sledovat jejich pokroky, a zároveň byla zachována jejich anonymita.

Jako první úloha byl vybrán pohyb po tělese. V testu A byl volen jednoduchý pohyb pouze po hranách krychle skládající se nejvýše ze čtyř kroků. V testu B, který byl zadáván s měsíčním odstupem, byla obtížnost zvýšena přidáním pohybu napříč stěnami.

Navíc zde bylo v jednom případě zadání modifikováno tak, že žáci museli zjistit výchozí a koncový bod pohybu. Před samotným zadáním úlohy proběhlo v obou třídách společné sjednocení názvosloví, tak aby nedošlo ke zbytečným chybám. V obou třídách se žáci s označováním vrcholů velkými písmeny již setkali, někteří na něj jen zapomněli. Při ujasňování pojmů došlo také k vyhledávání žáků s „obráceným“ vnímáním, tedy vnímáním pohybu z bodu A do bodu D jako pohybu dopředu. Nikdo takový však ve třídách nebyl.

Druhá úloha se týkala pohledů na těleso. V testu A bylo úkolem žáků ke čtyřem krychlovým stavbám přiřadit pohled shora, na výběr měli ze šesti pohledů. V testu B již museli žáci pohledy sami zaznamenat do krychlových sítí. Zadaná byla dvě tělesa, ke kterým museli žáci doplnit pohledy zepředu, shora a zprava.

Třetí úloha se zabývala sítěmi krychle. V testu A bylo úkolem žáků doplnit obrazce tak, aby byly po složení krychle na protějších stěnách shodné. K doplnění měli žáci tři různé sítě. Ve druhém testu (B) zůstal stejný počet sítí, žáci je však měli doplnit tak, aby byl součet na protějších stěnách roven sedmi (jako na hrací kostce).

Čtvrtou úlohou byla logická řada, v prvním případě měli žáci vybrat ze dvou variant krychli, která následuje. V testu B pak měli stěny krychle sami doplnit.

### 5.5.2 Sestavení dotazníků

K šetření byly použity dotazníky vlastní konstrukce, ve kterých byla užita kombinace několika typů otázek. Kromě škálovacích otázek zde byly otázky doplňovací. Dotazník A byl zadáván v obou třídách, druhý dotazník (B) pouze ve třídě, na kterou bylo cíleně působeno.

Záhlaví dotazníků zůstalo stejné jako u testů.

První položka zjišťovala postavení matematiky mezi ostatními vyučovacími předměty. Úkolem žáků bylo seřadit předměty dle oblíbenosti. Nejmenší číslo odpovídá největší oblibě. Tato položka zůstala shodná v obou dotaznících.

Ve druhé položce žáci hodnotili matematiku z hlediska obliby, obtížnosti a významu. Na výběr měli vždy ze tří stupňů, např. *oblíbená; ani oblíbená, ani neoblíbená;*

*neoblíbená*. V dotazníku B byla stejným způsobem hodnocena geometrie s Krychlíkem a Krychličkou.

Ve třetí položce dotazníku A byly vypsány matematické činnosti, úkolem žáků bylo označit ty, které v matematice často dělají. Barevně pak odlišit činnosti, které je baví a nebaví. V dotazníku B, byly ve třetí položce uvedeny aktivity, které žáci absolvovali během geometrie s Krychlíkem a Krychličkou, úkolem žáků pak bylo ohodnotit je dle oblíbenosti známky.

Čtvrtá položka porovnávala matematiku (aritmetiku) a geometrii z hledisek oblíbenosti, obtížnosti a úspěšnosti žáků. Odpovědi měli žáci zdůvodnit. V dotazníku B byla položka úplně vynechána a na jejím místě bylo slovní hodnocení geometrie s Krychlíkem a Krychličkou.

V páté položce dotazníku A měli žáci navrhnout změny vedoucí k vylepšení matematiky. U druhého dotazníku (B) pak zakroužkovat, zdali by chtěli pokračovat v geometrii s Krychlíkem a Krychličkou.

Dotazník B obsahoval ještě šestou položku, která obsahovala otázku z dotazníku předešlého, zdali mají raději matematiku či geometrii. Následovalo slovní zdůvodnění.

### **5.5.3 Předtest**

Před samotným šetřením byly test i dotazník zadány dvěma žákům páté třídy, jednalo se o žáky s průměrnými výsledky v matematice. Tito žáci nebyli zahrnuti do výsledného hodnocení. Test i dotazník byly zadány s cílem zjištění, zdali jsou otázky jasně a srozumitelně formulované. Na základě uvedeného předtestu došlo v testu i dotazníku k drobným, převážně formálním, úpravám. Dále bylo zjištěno, že na vyplnění obou částí je plně dostačující jedna vyučovací hodina.

### **5.5.4 Zadání testu a dotazníku**

Vstupní test (A) a dotazník (A) byly zadávány v obou třídách během jedné vyučovací hodiny na začátku prosince. Průběh zadávání byl v obou třídách stejný. Nejprve byl žákům předložen test, a to bez jakékoliv předchozí přípravy. Jediné, co bylo před testem ujasněno, bylo označování vrcholů krychle. Dále už bylo jen stručně slovně

okomentováno zadání jednotlivých úloh. Žáci pak měli na vyplnění testu přibližně 20 minut, většině však test trval kolem 15 minut. Nejrychleji odevzdávali chlapci na hranici deseti minut. Po vybrání všech testů došlo k zadání dotazníků, tak aby instrukce vnímali všichni žáci. Vyplňování dotazníku nebylo pro žáky nijak obtížné a většina z nich pracovala zcela samostatně. Celkem se šetření zúčastnilo 45 žáků.

Výstupní testy i dotazník byly zadávány stejným způsobem.

### 5.5.5 Test A

☐ Dívka

Třída:

Značka:

☐ Chlapec

Známka:

### Prostorová představivost A

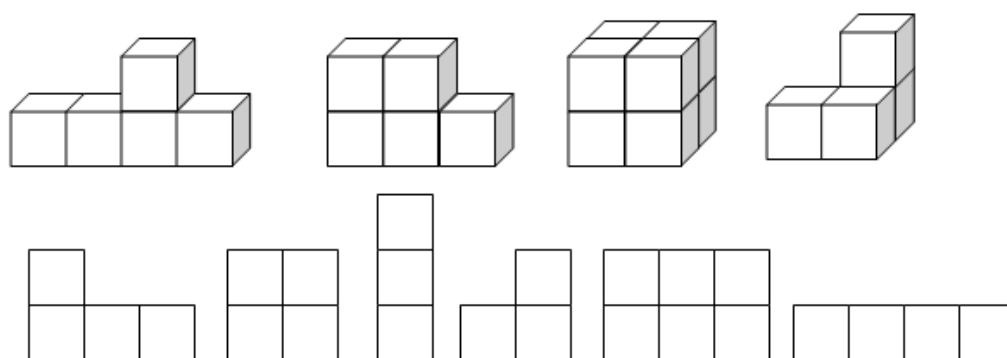
#### 1. Chodím po krychli. Do kterého bodu dojdou, pokud půjdu

a) z bodu A nahoru, vpravo, dozadu. \_\_\_\_\_

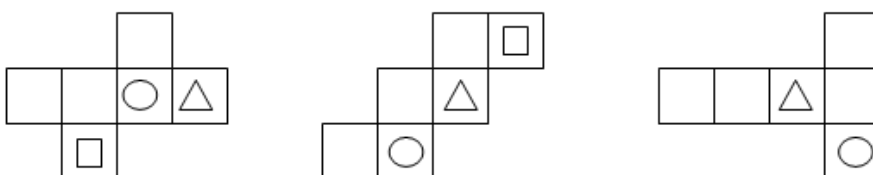
b) z bodu B nahoru, vlevo, dolů, vpravo. \_\_\_\_\_

c) z bodu C nahoru, dopředu, vlevo, dolů. \_\_\_\_\_

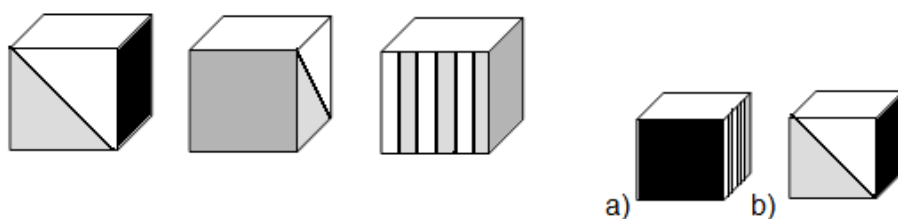
#### 2. Přiřaď ke stavbám pohled shora.



#### 3. Doplně obrazce tak, aby byly na protějších stěnách krychle shodné.



#### 4. Která krychle bude další v řadě?



### 5.5.6 Dotazník A

☐ Dívka

Třída:

Značka:

☐ Chlapec

Známka:

1. Které vyučovací předměty jsou Tvé nejoblíbenější? Seřaď předměty dle oblíbenosti (1= nejoblíbenější předmět, 10 = nejméně oblíbený předmět).

☐ Český jazyk

☐ Přírodověda

☐ Hudební výchova

☐ Tělesná výchova

☐ Matematika

☐ Vlastivěda

☐ Informatika

☐ Pracovní činnosti

☐ Výtvarná výchova

☐ Anglický jazyk

2. Zakroužkuj odpověď, která se pro Tebe nejvíce hodí ve vztahu k matematice.

**Obliba**

**Obtížnost**

**Význam**

oblíbená

obtížná

významná

ani oblíbená, ani neoblíbená

ani obtížná, ani snadná

zčásti významná

neoblíbená

snadná

nevýznamná

3. Křížkem označ činnosti, které často děláte v matematice. Červeně zakroužkuj ty, které Tě baví. Černě zakroužkuj činnosti, které Tě nebaví.

☐ sčítání a odčítání

☐ číselné a obrázkové řady

☐ rýsování

☐ převody jednotek

☐ slovní úlohy

☐ násobení a dělení

☐ pamětní počítání

☐ práce s modely těles

☐ matematické hádanky

☐ počítání obvodů a obsahů

☐ práce s tabulkami a grafy

☐ matematické a logické hry

☐ jiné:

4. Zakroužkuj a doplň.

Raději mám

MATEMATIKU

GEOMETRII.

Protože .....

Obtížnější je pro mě

MATEMATIKA

GEOMETRIE.

Protože .....

Více se mi daří v

MATEMATICE

GEOMETRII.

Protože .....

5. Jak bys hodinu matematiky vylepšil/vylepšila?

---

---

### 5.5.7 Test B

☐ Dívka

Třída:

Značka:

☐ Chlapec

Známka:

### Prostorová představivost B

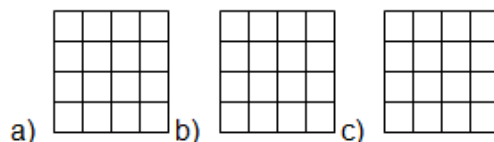
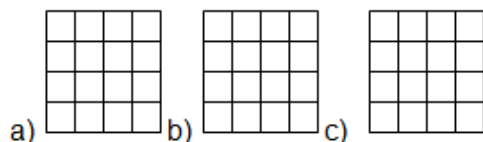
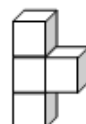
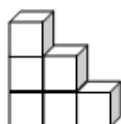
#### 1. Chodím po krychli. Do kterého bodu dojdou, pokud půjdu

a) z bodu H dopředu, napříč horní stěnou, napříč pravou stěnou. \_\_\_\_\_

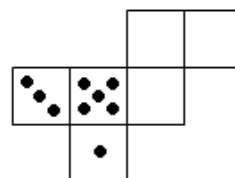
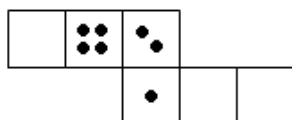
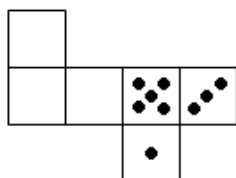
b) z bodu B napříč přední stěnou, dozadu, napříč levou stěnou. \_\_\_\_\_

c) Jaký je výchozí a koncový bod, když jsem šel nahoru, dopředu, doprava. \_\_\_\_\_

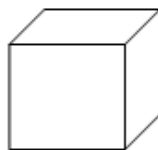
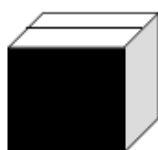
#### 2. Načrtni ke krychlovým stavbám pohledy a) zepředu, b) shora, c) zprava.



#### 3. Doplně obrazce tak, aby byl součet na protějších stěnách roven sedmi.



#### 4. Doplně stěny krychle, která je další v řadě.



### 5.5.8 Dotazník B

☐ Dívka

Třída:

Značka:

☐ Chlapec

Známka:

1. Které vyučovací předměty jsou Tvé nejoblíbenější? Seřaď předměty dle oblíbenosti (1= nejoblíbenější předmět, 10 = nejméně oblíbený předmět).

☐ Český jazyk

☐ Přírodověda

☐ Hudební výchova

☐ Tělesná výchova

☐ Matematika

☐ Vlastivěda

☐ Informatika

☐ Pracovní činnosti

☐ Výtvarná výchova

☐ Anglický jazyk

2. Ohodnot' geometrii s Krychlíkem a Krychličkou.

**Obliba**

**Obtížnost**

**Význam**

oblíbená

obtížná

významná

ani oblíbená, ani neoblíbená

ani obtížná, ani snadná

zčásti významná

neoblíbená

snadná

nevýznamná

3. Ohodnot' následující činnosti čísly.

1 – velmi bavilo

2 – spíše bavilo

3 – spíše nebavilo

4 – nebavilo

☐ stavění z krychlí podle obrázku

☐ hledání cesty po krychli

☐ zakreslování staveb (různé pohledy)

☐ doplnění krychle do řady

☐ převracení krychle

☐ chození po krychli

☐ hledání sítí krychle

☐ doplňování sítí krychle

☐ skládání krychle z kartonu

☐ stavění z krychlí podle symbolů

☐ skládání tangramu

☐ vymýšlení staveb

4. Napiš závěrečné hodnocení měsíce s Krychlíkem a Krychličkou.

---

---

---

5. Chtěl (a) bys pokračovat v učení s Krychlíkem a Krychličkou? ANO NE

6. Zakroužkuj a doplň.

Raději mám

MATEMATIKU

GEOMETRII.

Protože .....



## 5.6 Interpretace výsledků

Šetření se zúčastnilo celkem 45 žáků ze dvou pátých tříd, z toho 21 chlapců a 24 dívek. Cíleně působeno bylo na třídu 5. A, ve které byl počet dívek dvojnásobný oproti počtu chlapců (viz tab. 2). Třída 5. A byla vybrána i s ohledem na horší průměrné výsledky z matematiky. Průměr známek z matematiky třídy 5. A byl na konci 4. ročníku 1,76, zatímco ve třídě 5. C byl průměr známek o půl stupně lepší, tedy 1,25.

Tab. 2: Rozdělení žáků dle pohlaví a třídy

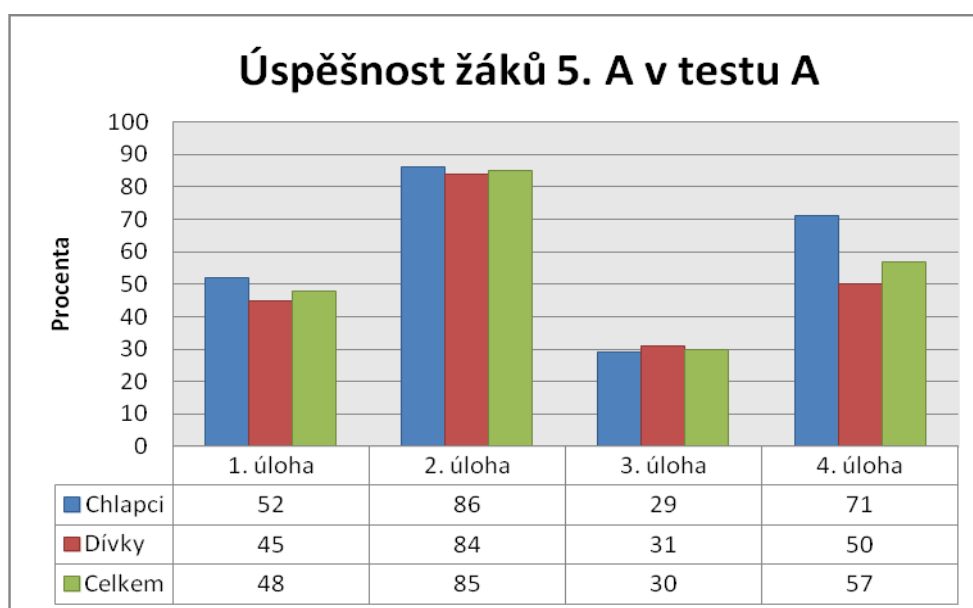
	Chlapci	Dívky	Celkem
5. A	7	14	21
5. C	14	10	24
Celkem	21	24	45

### 5.6.1 Vyhodnocení testu A

Test A zjišťoval úroveň prostorové představivosti žáků.

#### Třída 5. A

Ve třídě 5. A žáci vyplňovali test v rozmezí 10 až 16 minut a jejich úspěšnost v řešení jednotlivých úloh značně kolísala, což naznačuje graf 1.



Graf 1: Procentuální úspěšnost žáků 5. A v testu A

Při řešení první úlohy byli žáci úspěšní přibližně z jedné poloviny. Pouze pěti žákům se podařilo úlohu vyřešit zcela správně. Absolutně neúspěšná v řešení první úlohy byla jedna třetina třídy, tedy 7 žáků, z nichž se někteří zjevně ani nepokusili úlohu řešit. Tento přístup byl typický pro menší skupinu dívek, které vzdaly své snažení ihned po prvním neúspěchu.

V řešení druhé úlohy byli žáci mnohem úspěšnější, chlapci i dívky zde dosahovali úspěšnosti kolem 85 %. Nikdo z žáků však nezjistil, že u druhé stavby jsou možné dvě správné odpovědi, tedy že k ní lze přiřadit dva různé pohledy shora. Úloha druhá dopadla z celého testu nejlépe.

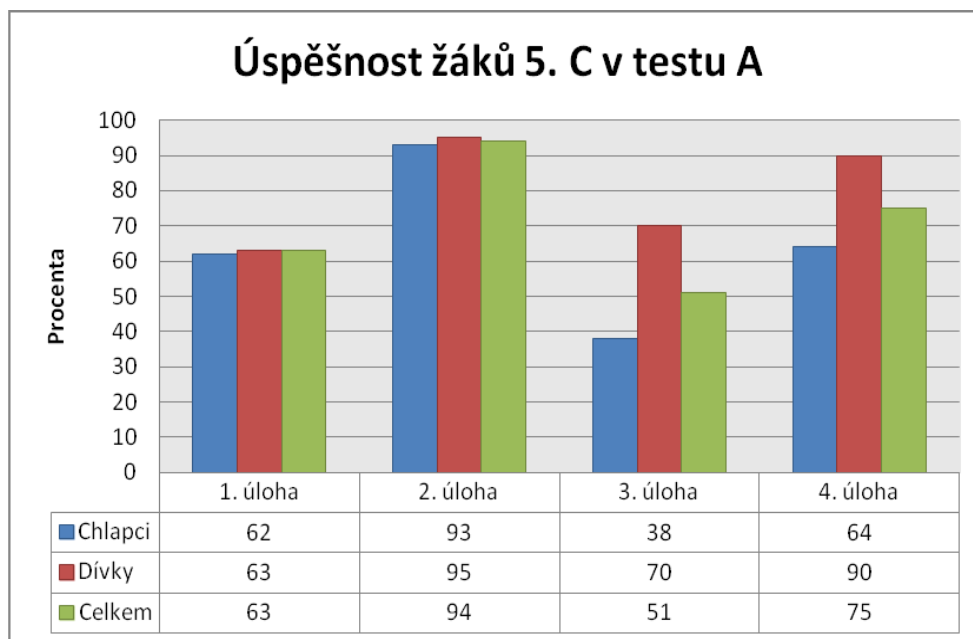
Nejméně úspěšní byli žáci při řešení třetí úlohy, doplňování sítí krychle. Tato úloha byla již při tvorbě testu považována za náročnou, a proto byla při hodnocení náležitě oceněna. Při hodnocení úlohy nebyl brán ohled na správnou orientaci symbolů (trojúhelníku), ale pouze na jejich umístění. Správně doplnit všechny tři sítě se podařilo pouze jedné dívce. Žádný bod však nezískalo celkem 11 žáků, tedy více než polovina všech zúčastněných.

Úloha čtvrtá dávala žákům na výběr ze dvou možností, nabízela se tedy možnost výsledek tipnout. Mnoho žáků však vůbec nepochopilo zadání a vybíralo ze tří velkých krychlí, přestože bylo zadání slovně vysvětlováno. V této úloze se objevily největší rozdíly mezi chlapci a dívkami, chlapci byli v řešení o více než 20 % úspěšnější.

Celková úspěšnost žáků 5. A v testu se pohybovala kolem 50 %, průměrně žáci dosahovali 7,76 bodu z 15 možných. Chlapci byli v řešení celkově úspěšnější, průměrně dosahovali 8,14 bodu, tedy 54 %.

### **Třída 5. C**

Ve třídě 5. C byl test zadáván stejným způsobem jako v 5. A. Průměrná doba potřebná pro řešení úloh se pohybovala stejně jako v 5. A kolem 13 až 14 minut. Z grafu 3 je na první pohled patrné, že žáci byli v řešení úloh úspěšní, v žádné úloze jejich celková úspěšnost neklesla pod hranici 50 %. Nejprekvapivější však byla úspěšnost dívek, které chlapce předčily v řešení všech úloh, v úlohách 3 a 4 dokonce velmi výrazně.



Graf 2: Procentuální úspěšnost žáků 5. C v testu A

V první úloze byli žáci úspěšní z 63 %. Pouze dvěma žákům se nepodařilo v úloze získat ani jeden bod, ostatní úspěšně řešili alespoň jednu dílčí část úlohy. Šest žáků získalo plný počet bodů. Rozdíly mezi chlapci a dívkami zde byly zanedbatelné.

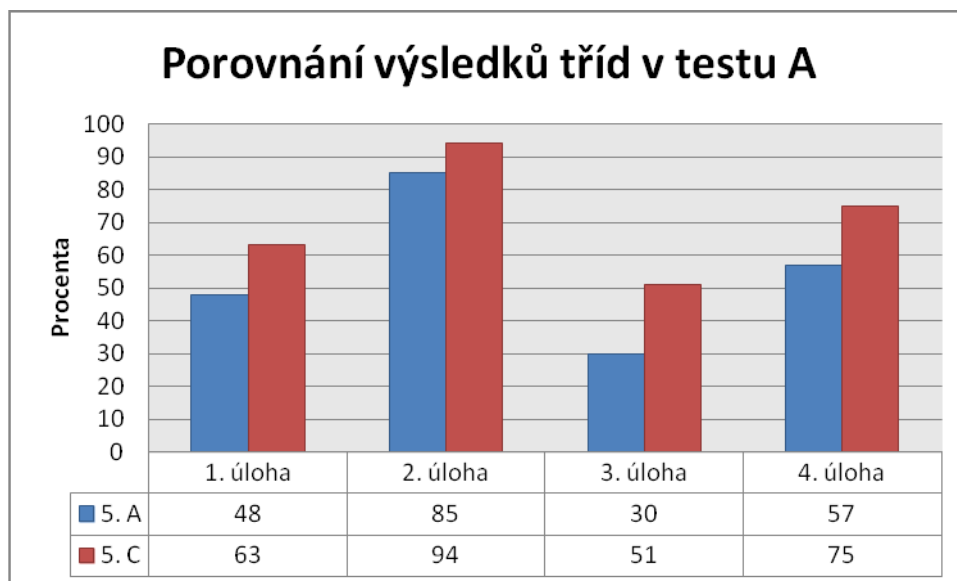
Druhá úloha nebyla pro žáky nikterak obtížná, pouze čtyři chlapci ztratili po jednom bodu a jedna dívka ztratila body dva, i tak ale byla úspěšná z 50 %. Nenašel se žádný žák, který by správně nepřičadil ani jednu stavbu. Nikdo však také nepřišel na dvě možná řešení u druhé stavby.

Třetí úloha se zdála být náročná především pro chlapce, ti v jejím řešení byli úspěšní pouze z 38 %. Vynikly zde však dívky, a to 70% úspěšností, celkem 6 dívek z deseti dosáhlo plného počtu bodů.

Úloha čtvrtá dopadla velice dobře, celkově byli v jejím řešení žáci úspěšní ze 75 %. Opět zde ale poměrně jasně dominovaly dívky, z nichž pouze jedna při řešení této úlohy neuspěla.

Celková úspěšnost třídy 5. C v testu A byla 68 %, průměrně žáci dosahovali 10,21 bodu z patnáctibodového maxima. Přičemž dívky byly celkově úspěšnější, jejich průměrné bodové skóre bylo 11,70 bodu.

## Srovnání tříd



Graf 3: Procentuální srovnání tříd v řešení testu A

Z grafu 3 je patrné, že třída 5. C byla v řešení všech úloh testu A úspěšnější než třída 5. A, i když pořadí úspěšnosti řešení úloh je v obou třídách stejné.

## Srovnání chlapců a dívek

Tab. 3: Srovnání chlapců a dívek v řešení testu A

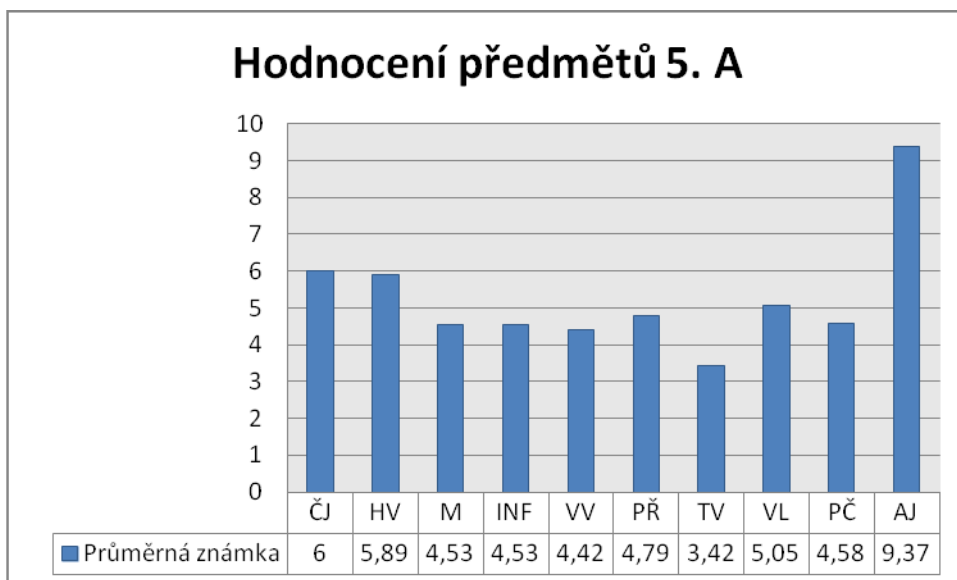
	Průměrný počet bodů	Úspěšnost v %
Dívky	9,29	62
Chlapci	8,81	58

Z tabulky 3 je patrné, že celkově byly dívky v řešení úloh testu A úspěšnější než chlapci. Rozdíl mezi pohlavími však nebyl nijak výrazný.

## 5.6.2 Vyhodnocení dotazníku A

### Třída 5. A

První položka zjišťovala oblíbenost vyučovacích předmětů, přičemž předměty byly řazeny dle nejoblíbenějšího. Nejlépe hodnocený je tedy předmět, který dosáhl nejmenší „známky“. Z grafu 4 je patrné, že v desetibodové škále vůbec nejoblíbenějším předmětem v 5. A je tělesná výchova. Dalším oblíbeným předmětem je výtvarná výchova, které zdatně sekundují předměty matematika a informatika. Matematika se tedy umístila na děleném třetím místě společně s informatikou, její postavení je tedy velice dobré. Jednoznačně nejméně oblíbeným předmětem je anglický jazyk.

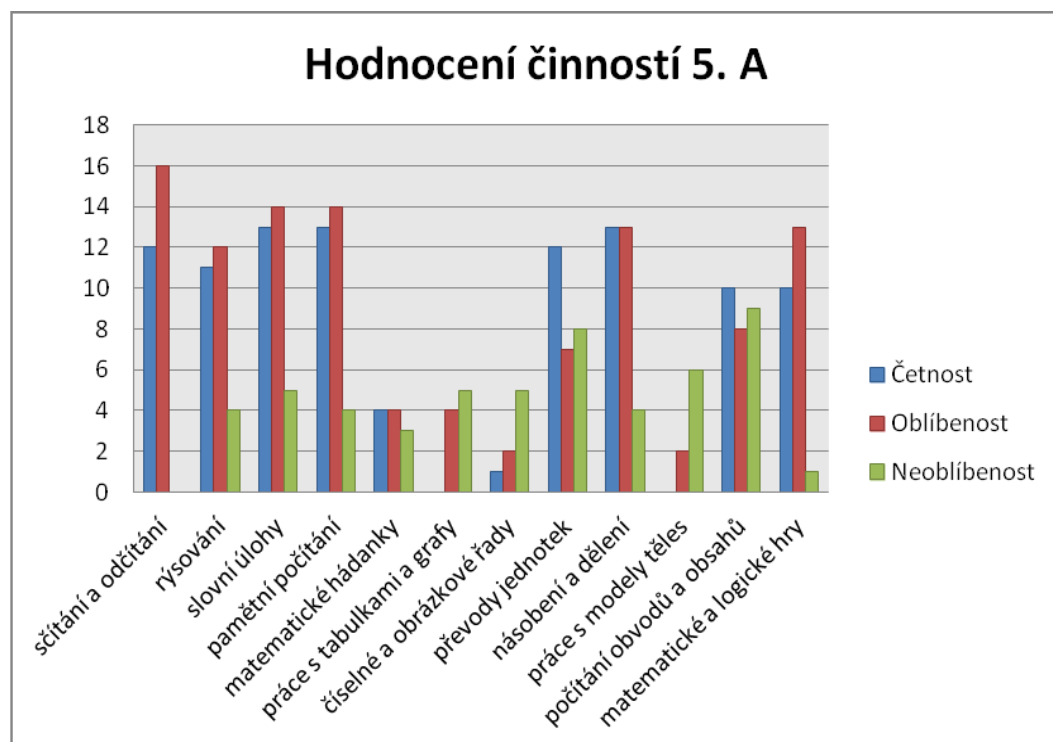


Graf 4: Srovnání předmětů dle oblíbenosti v 5. A

Druhá položka dotazníku se již zaměřovala pouze na matematiku. Tu označilo téměř 70 % žáků za oblíbenou, což dokladuje její oblíbenost z první položky. Ostatní žáci se rozdělili přesně na polovinu mezi zbylé odpovědi. Pro 15 % není matematika ani oblíbeným, ani neoblíbeným předmětem a 15 % žáků ji hodnotí jako předmět neoblíbený. Z hlediska obtížnosti je matematika dle 42 % žáků snadná, stejné procento ji hodnotí na pomezí, je pro ně tedy zčásti obtížná. Jako obtížnou ji označilo pouze 16 % žáků. Z významového hlediska je pro většinu žáků matematika důležitá, odpověď

s největší mírou významu označilo téměř 80 % žáků. Nikdo nepovažuje matematiku za nevýznamný předmět.

Třetí dotazníková položka se zabývala jednotlivými matematickými činnostmi.



Graf 5: Hodnocení činností 5. A

Graf 5 ukazuje, jak si stojí jednotlivé činnosti ve třídě 5. A. Modrou barvou je označena četnost výskytu jednotlivých aktivit. Mezi nejčastější aktivity v hodinách matematiky v 5. A patří pamětní počítání, řešení slovních úloh, násobení a dělení. Časté je také sčítání, odčítání a převádění jednotek. Tyto aktivity jsou žáky povětšinou hodnoceny jako oblíbené. Vůbec nejoblíbenějšími činnostmi žáků jsou numerické operace. Nejméně oblíbené je počítání obsahů a obvodů a převádění jednotek. Dále jsou pak za neoblíbené označovány činnosti, které se v hodinách téměř nevyskytují, domníváme se tedy, že žáci je takto ohodnotili z důvodu neznalosti. Oblíbenost jednotlivých činností je v úzkém vztahu právě s četností výskytu.

Položka čtvrtá porovnávala matematiku s geometrií. 71 % žáků označilo, že má raději matematiku než geometrii. Tři čtvrtiny z nich pak svou volbu zdůvodnili tím, že raději počítají. Ostatní pak odpovídali, že jim jde lépe než geometrie nebo, že je matematika

jednodušší. Druhá část položky se zabývala obtížností matematiky a geometrie. Jako obtížnější byla 52 % žáků vyhodnocena geometrie, a to nejčastěji kvůli vyžadované přesnosti. Některé odpovědi žáků jsou zde uvedeny.

*Protože se někdy nestrefím do bodů a to potom musím dělat znovu.*

*Protože mi dělá problém to nakreslit rovně,*

*Protože mi to někdy nevíjde.*

*Protož si občas zapomenu důležité věci takže pak si půjčuji nebo dělám jiné věci.*

*Protože nejsem zručná.*

Matematiku jako obtížnější označilo 33 % žáků, jejich důvody byly převážně shodné a týkaly se neúspěšnosti v počítání. Zbylí žáci, konkrétně tři, se nedokázali rozhodnout, zdali je těžší matematika či geometrii. V poslední části čtvrté položky měli žáci rozhodnout, zdali se jim více daří v matematice nebo geometrii. Odpovědi téměř stoprocentně korespondovaly s předchozí částí, tedy žáci, kteří označili za obtížnější matematiku, označili, že se jim více daří v geometrii a naopak. Pouze jeden chlapec zatrhl, že se mu více daří v matematice, ačkoli ji označil za obtížnější.

V poslední položce dotazníku bylo úkolem žáků napsat, jak by vylepšili své hodiny matematiky. 43 % žáků by na matematice nic neměnilo, ostatní by převážně přidali nějaké hry. Níže jsou uvedeny vybrané doslovné odpovědi žáků.

*víc počítáním, víc děláním a pak už bych to nechal*

*Aby byla více zábavnější.*

*víc zajímavých her a skupinovek*

*Bingem. A nějakýma hrama.*

*Tim aby sme každý den: hrály krále a počítaly*

*Tak jak to je to je dobré.*

*Jen aby byli příklady hezky pod sebou.*

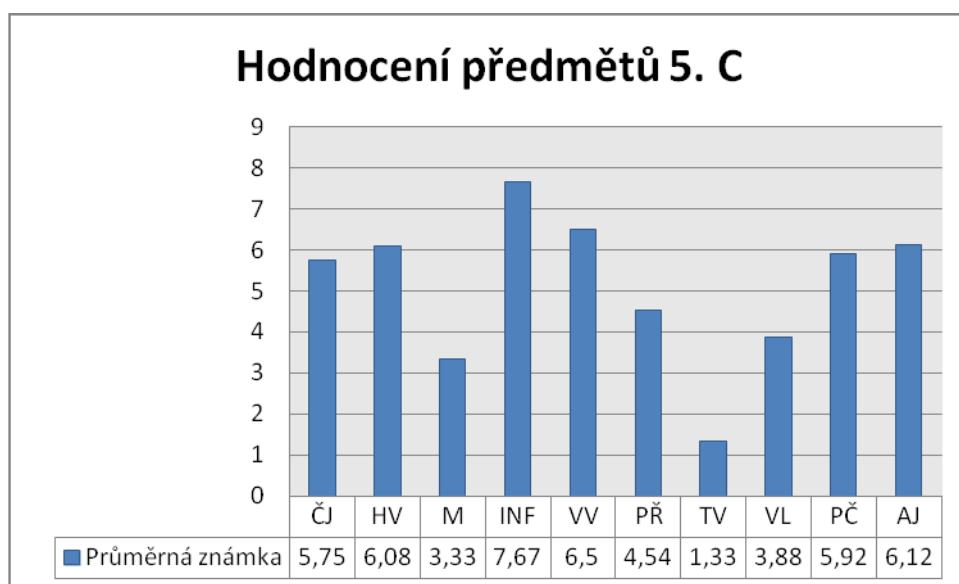
*chtěl bych víc geometrie.*

*Víc her, míň těžkého a dlouhého počítání a bylo by to v pohodě.*

*Nijak, máme to dobře seřazené.*

## Třída 5. C

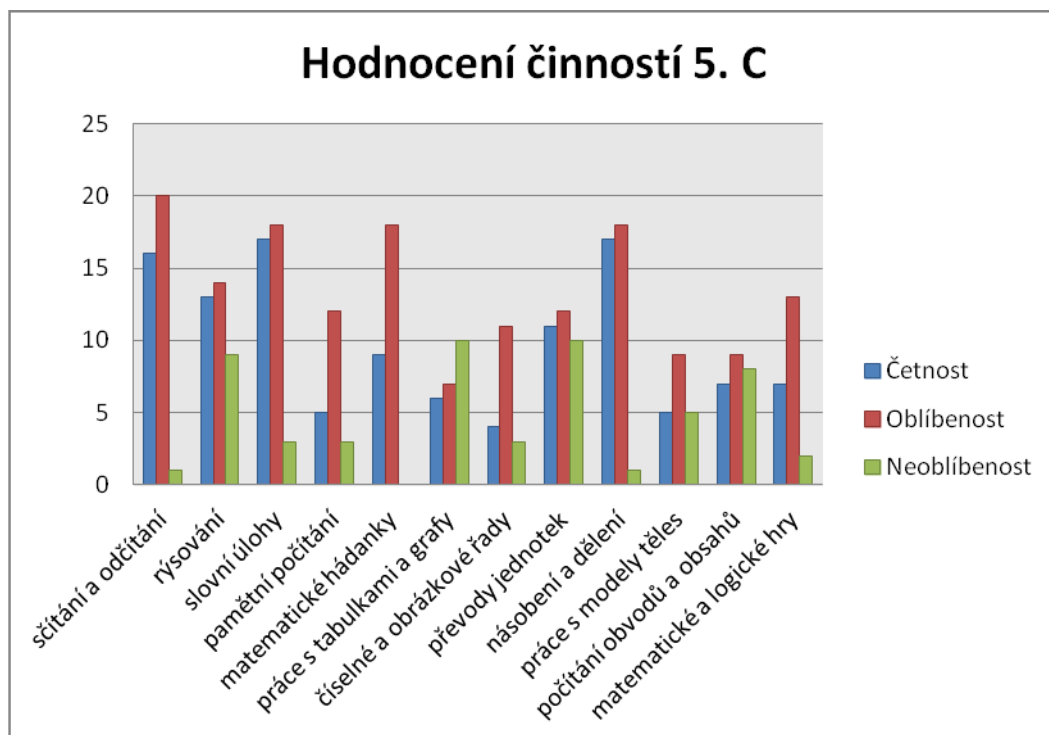
První dotazníková položka se věnovala hodnocení jednotlivých předmětů, úkolem žáků bylo předměty seřadit dle oblíbenosti. Předmět nejoblíbenější byl hodnocen jedničkou a předmět nejméně oblíbený desítkou. Výsledné známky všech žáků byly zprůměrovány a zaneseny do grafu 6. V 5. C je zcela jednoznačně nejoblíbenějším předmětem tělesná výchova. Na druhém místě se umístila matematika s malým náskokem před vlastivědou. Jako nejméně oblíbený předmět byla žáky zvolena informatika.



Graf 6: Srovnání předmětů dle oblíbenosti v 5. C

Druhá položka dotazníku se již zabývala výhradně matematikou. Jako oblíbenou matematiku označilo 63 % žáků, ostatní ji označili jako předmět ani oblíbený, ani neoblíbený. Za obtížnou matematiku nepovažuje žádný žák, 74 % se domnívá, že matematika není ani obtížná, ale ani snadná. Za snadnou ji označilo 26 % žáků. Z hlediska významu pohlíží na matematiku jako na významnou 65 % žáků, ostatní ji hodnotí jako zčásti významnou. Nutno však podotknout, že hodnocení matematiky z hlediska významu se účastnilo pouze 19 žáků.





Graf 7: Hodnocení činností 5. C

Graf 7 znázorňuje postavení jednotlivých matematických činností ve třídě 5. C. Mezi nejčastěji prováděné činnosti žáci řadí sčítání, odčítání, řešení slovních úloh a násobení s dělením. Absolutně všechny činnosti byly alespoň jedním žákem označeny jako časté, z čehož vyplývá, že se žáci se všemi aktivitami již setkali. Na místo, kde byl prostor doplnit jiné aktivity, však nikdo další činnost nedoplnil, zvolený výčet byl tedy pro žáky dostačující. Oblíbenost jednotlivých aktivit je v grafu označena červenou barvou. Oblíbené jsou početní operace, ale také matematické hádanky. Nejméně oblíbenými činnostmi jsou pak převody jednotek společně s prací s grafy a tabulkami. Jedinou činností, která nebyla označena za neoblíbenou žádným žákem, jsou matematické hádanky.

Položka čtvrtá porovnávala z několika pohledů matematiku a geometrii. 79 % žáků označilo, že má raději matematiku než geometrii. Nejčastějším zdůvodněním bylo, že je matematika lehká, počítá se v ní a žákům jde. Odpovědi tak naznačovaly výsledky následného porovnávání z hlediska obtížnosti. Zde převládal názor, že je obtížnější geometrie, označilo ji 75 % žáků. Důvody žáků se opět opakovaly, nejčastěji se objevovala zdůvodnění, že je geometrie nebaví a že neumějí přesně rýsovat.

V závěrečném porovnání, kde měli žáci označit, zdali se jim daří více v matematice či v geometrii, volilo matematiku 67 % žáků. Níže uvádíme několik odpovědí.

*Protože se doma učím a není to tak těžké.*

*Protože je snadná.*

*Protože je zábavnější a jenom něco počítáme. Je to zábava.*

*Protože sem v ní hodně dobřej.*

*Protože umím lépe počítat a né rýsovat.*

Zbýlá část třídy označila, že se jí více daří v geometrii.

*Protože mi v matice nejdou slovní úlohy.*

*Protože paní učitelka nedává v geometrii dvojky.*

*Protože je snadnější.*

V závěru dotazníku měli žáci navrhnout zlepšení hodin matematiky. 25 % žáků vůbec neodpovědělo, 38 % žáků by na hodinách matematiky neměnilo nic a pouze 37 % žáků navrhlo nějaké změny. Ty však ve většině případů směřovaly k větší volnosti v hodinách a k hraní her.

*Že bysme pořád hrali nějaký hry např. krále, kapitána morgena.*

*Co nejvíce příkladů, a abychom hodně psali.*

*Hodně slovních úloh, míň počítání.*

*Polovinu hodiny by sme hráli hry, pak by sme jen dělali slovní úlohy.*

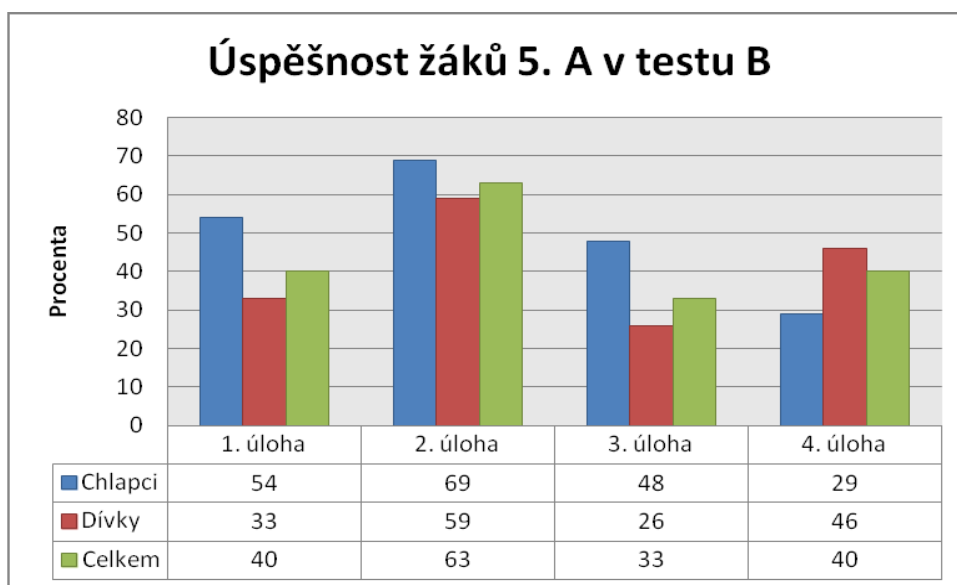
*Pracovali by jsme napadech kteří mají neprůstřelné sklo.*

*Chtěla bych více logických her.*

### 5.6.3 Vyhodnocení testu B

#### Třída 5. A

Test B byl ve třídě 5. A zadán v následujícím týdnu po skončení cíleného působení, tedy s měsíčním odstupem od testu A, všechny úlohy byly ztíženy. Maximálně bylo možné získat 18 bodů. To se však z celé třídy podařilo pouze jedné dívce, nejlepší chlapec měl bodů 17. Úspěšnost řešení jednotlivých úloh v procentech je zobrazena v grafu 8.



Graf 8: Procentuální úspěšnost žáků 5. A v testu B

V úloze první byli žáci úspěšní ze 40 %. Většina žáků vyřešila správně alespoň jednu část úlohy. Správně vyřešit celou úlohu se podařilo pouze dvěma žákům. Největší obtíže činila žákům část, kde měli zjistit výchozí a koncový bod pohybu po krychli. V řešení úlohy byli výrazně úspěšnější chlapci.

V úloze druhé bylo úkolem žáků zanést do krychlových sítí pohledy zepředu, shora a zprava na dvě krychlová tělesa, celkem tedy šest pohledů. Tato úloha dopadla z celého testu nejlépe, pouze dvěma žákům se nepodařilo správně doplnit žádnou síť. Ostatní byli úspěšní nejméně ve dvou sítích, obvykle správně doplnili pohledy zepředu. Celková úspěšnost v druhé úloze přesáhla 60 %.

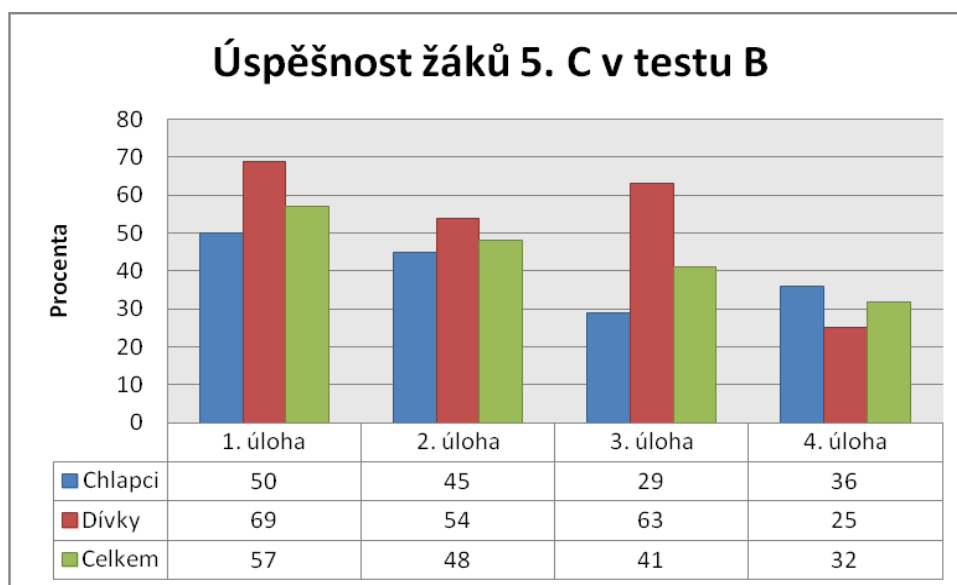
Úloha třetí, doplňování sítí krychle, byla pro žáky nejtěžší. Chlapci ani dívky zde nedosáhli ani 50% úspěšnosti. Jedné třetině žáků se nepodařilo správně doplnit žádnou síť. Ostatní žáci si poradili alespoň s jednou sítí. Úspěšní byli u různých sítí, nelze tedy říci, která síť byla pro žáky nejjednodušší. Celkem třem žákům se podařilo doplnit všechny sítě a získat tak plný počet bodů.

V úloze čtvrté měli žáci doplnit stěny krychle. V řešení této úlohy, jako jediné z celého testu, byly úspěšnější dívky. Celková úspěšnost však nebyla nijak vysoká.

Celková úspěšnost žáků 5. A v testu byla 45 %. Chlapci byli v řešení úloh úspěšnější, průměrně dosahovali 9,71 bodu z 18 možných. Průměrný bodový zisk dívek byl 7,31 bodu.

### Třída 5. C

Ve třídě 5. C byl test předkládán bez jakékoliv přípravy s měsíčním odstupem po testu A. Úspěšnost žáků v jednotlivých úlohách ukazuje graf 9.



Graf 9: Procentuální úspěšnost žáků 5. C v testu B

První úloha dopadla u žáků 5. C z celého testu nejlépe, dívky zde dosáhly téměř 70% úspěšnosti. Chlápčům se dařilo z 50 %. Z celé třídy se pouze třem žákům nepodařilo úspěšně vyřešit žádnou část úlohy, na druhé straně maximálního počtu bodů dosáhlo celkem 7 žáků.

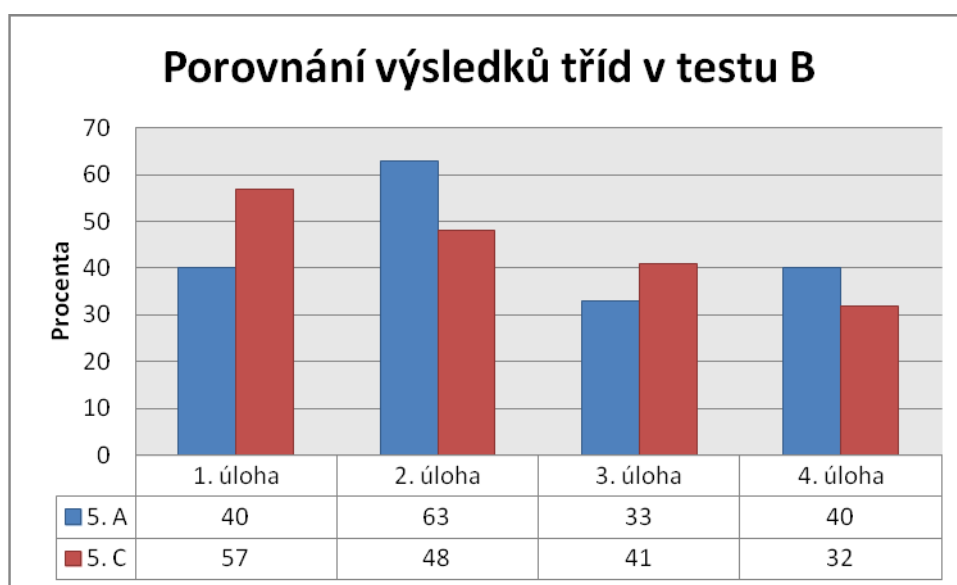
Úspěšnost druhé úlohy kolísala na pomezí 50 %. Opět byly v řešení úspěšnější dívky, ne však tak výrazně, jako v první úloze. Pouze jednomu žákovi se nepodařilo správně doplnit žádný pohled na těleso, ostatní byli úspěšní nejméně v doplnění jedné sítě. Poměrně častou chybou bylo zaměnění pohledu na těleso zprava za pohled zezadu.

Ve třetí úloze poměrně jednoznačně dominovaly dívky, chlapce předčily o více než 30 %. Všem dívkám se podařilo správně doplnit alespoň jednu síť krychle, zatímco u chlapců se to nepodařilo ani polovině.

V úloze čtvrté byli úspěšnější chlapci, v celkovém hodnocení však úloha dopadla nejhůře z celého testu.

Celková úspěšnost žáků 5. C v testu B byla 46 %, průměrně žáci dosahovali 8, 18 bodu z 18 možných. Dívkám se dařilo lépe, průměrně získávaly 10,25 bodu, tedy o 3,25 bodu více než chlapci.

## Srovnání tříd



Graf 10: Procentuální srovnání tříd v řešení testu B

Graf 10 ukazuje, že každá třída uspěla právě ve dvou úlohách. 5. A byla úspěšnější v řešení úloh 2 a 4, 5. C se více dařilo v úlohách 1 a 3. Celková úspěšnost v testu 5. A byla 45 %, úspěšnost 5. C byla 46 %.

## Srovnání chlapců a dívek

Tab. 4: Srovnání chlapců a dívek v řešení testu B

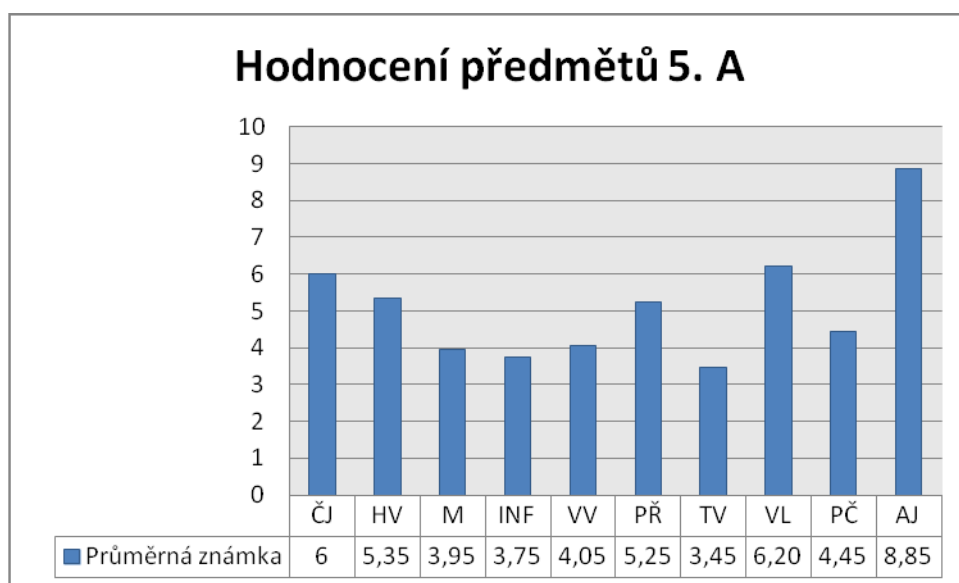
	<b>Průměrný počet bodů</b>	<b>Úspěšnost v %</b>
<b>Dívky</b>	8,43	47
<b>Chlapci</b>	7,90	44

Tabulka 4 porovnává výkony chlapců a dívek z testu B. Dívky v testu dosahovaly průměrně 8,43 bodu z osmnáctibodového maxima, chlapci se přes osmibodovou hranici nedostali. Z uvedeného je zjevné, že dívky byly v řešení testu B úspěšnější než chlapci.

#### 5.6.4 Vyhodnocení dotazníku B

Položky dotazníku B se, kromě vztahu k matematice, zabývaly hodnocením geometrie s Krychlíkem a Krychličkou, z tohoto důvodu byl dotazník zadáván pouze ve třídě 5. A, na kterou bylo cíleně působeno.

První položka dotazníků B zůstala stejná jako v dotazníku A, zjišťovala oblíbenost jednotlivých předmětů.

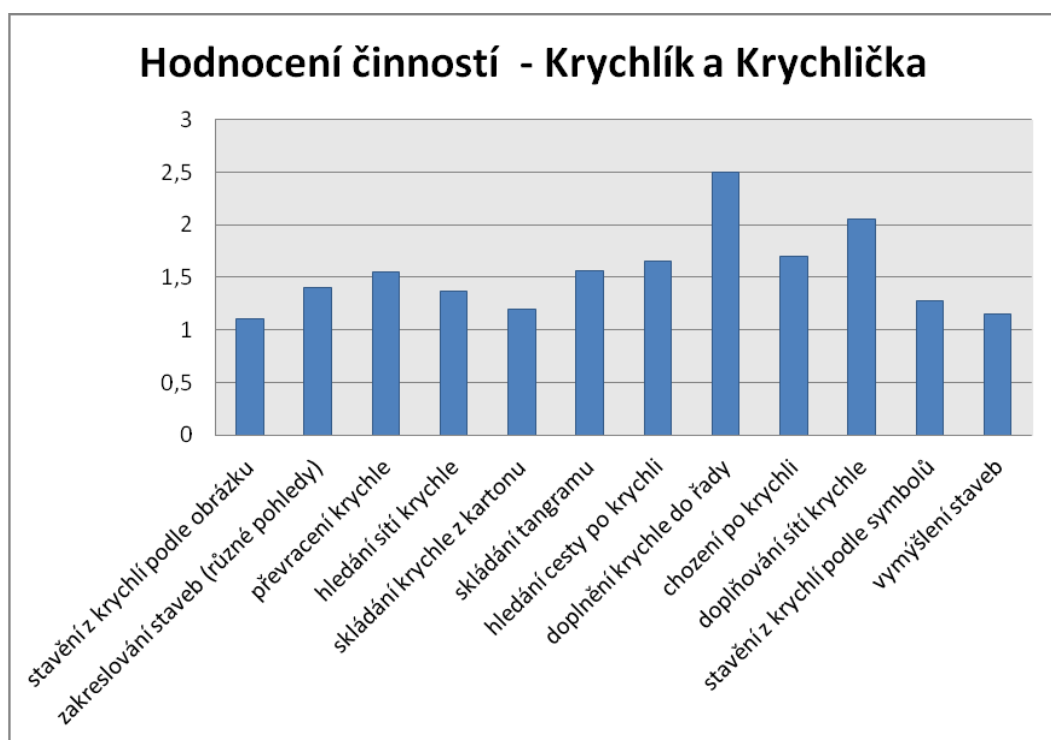


Graf 11: Srovnání předmětů dle oblíbenosti v 5. A – dotazník B

Z grafu 11 je patrné, že nejoblíbenějším předmětem ve třídě 5. A je tělesná výchova, které zdárně sekundují informatika, matematika a výtvarná výchova. Pořadí předmětů se tedy oproti pořadí v dotazníku A změnilo jen minimálně. Většina předmětů však získala lepší průměrné známky. Matematika získala známku o více než 0,5 lepší než v dotazníku A, přesto se v pořadí předmětů neposunula, ale udržela si 3. pozici. Lepší hodnocení získal také anglický jazyk, ale i přesto zůstal s velkým odstupem na posledním místě.

Druhá dotazníková položka se již zaměřovala na hodnocení geometrie s Krychlíkem a Krychličkou. Žáci ji měli ohodnotit z hlediska oblíbenosti, obtížnosti a významu. 75 % žáků označilo geometrii s Krychlíkem a Krychličkou jako oblíbenou, pro 25 % žáků byla zčásti oblíbená (ani oblíbená, ani neoblíbená). Pro polovinu třídy byla tato geometrie snadná, 10 % žáků ji označilo za obtížnou a pro zbylou část třídy, tedy pro 40 % žáků, byla někdy snadná a někdy obtížná. Alespoň zčásti významná byla pro všechny žáky, 55 % ji hodnotilo jako zcela významnou.

Třetí položka hodnotila jednotlivé aktivity, se kterými se žáci během cíleného působení setkali. Aktivity byly hodnoceny z hlediska „zábavnosti“ (1 – velmi bavilo, 2 – spíše bavilo, 3 – spíše nebavilo, 4 – nebavilo).



Graf 12: Hodnocení činností geometrie s Krychlíkem a Krychličkou

Graf 12 ukazuje, jak žáci 5. A hodnotili jednotlivé činnosti geometrie s Krychlíkem a Krychličkou. Čím nižší je výsledná známka, tím více činnost žáky bavila. Úplně nejvíce žáky bavilo stavění z krychlí, a to podle obrázků i podle symbolů, tedy činnosti z prvního týdne. Úspěch mělo také skládání krychle z kartonu. Velice dobré známky však získala naprostá většina činností, pouze dvě aktivity přesáhly svým hodnocením průměrnou známku dvě (jedna pouze minimálně). Nejhorší hodnocení bylo 2,50, tedy



na hranici spíše bavilo – spíše nebavilo. Toto hodnocení získalo doplňování krychlí do řady (logické řady). Žáci hodnotili nejčastěji známkami 1 a 2, známka 4 se objevovala pouze výjimečně.

V dotazníkových položkách 4 a 5 měli žáci slovně zhodnotit geometrii s Krychlíkem a Krychličkou a zakroužkovat, zdali by v geometrii rádi pokračovali. Z celkového počtu 20 žáků, kteří se zúčastnili závěrečného hodnocení, by 16 žáků chtělo pokračovat. Podrobné vyhodnocení těchto položek je uvedeno v praktické části v podkapitole 4.5.

V závěrečné položce dotazníku B měli žáci zakroužkovat, zdali mají raději matematiku nebo geometrii, svou odpověď pak měli slovně odůvodnit. Tato položka byla již v testu A, do testu B byla zařazena s cílem zjistit, zdali během cíleného působení nedošlo u některých žáků k postojovým změnám ve vztahu ke geometrii. V testu A označilo 71 % žáků, že má raději matematiku, v testu B tuto odpověď zakroužkovalo 50 % žáků. U některých žáků tedy došlo ke změně vztahu ke geometrii. Celkové výsledky testu B jsou následující – matematiku označilo 50 % žáků, geometrii 30% žáků, zbylá pětina třídy dala matematiku i geometrii na stejnou úroveň. Při porovnání jednotlivých dotazníků byla zjištěna změna u 6 žáků. Jeden žák v testu A označil, že má raději geometrii, v testu B pak matematiku. U ostatních se však posunul vztah blíže ke geometrii, 3 žáci, kteří označili v testu A jako oblíbenější matematiku nyní zakroužkovali obě odpovědi se zdůvodněním, že baví je obojí. U dvou žáků pak došlo k posunu od matematiky ke geometrii. Zdůvodnění byla následující.

*Protože pracuje me s Krychlíkem a Krychličkou.*

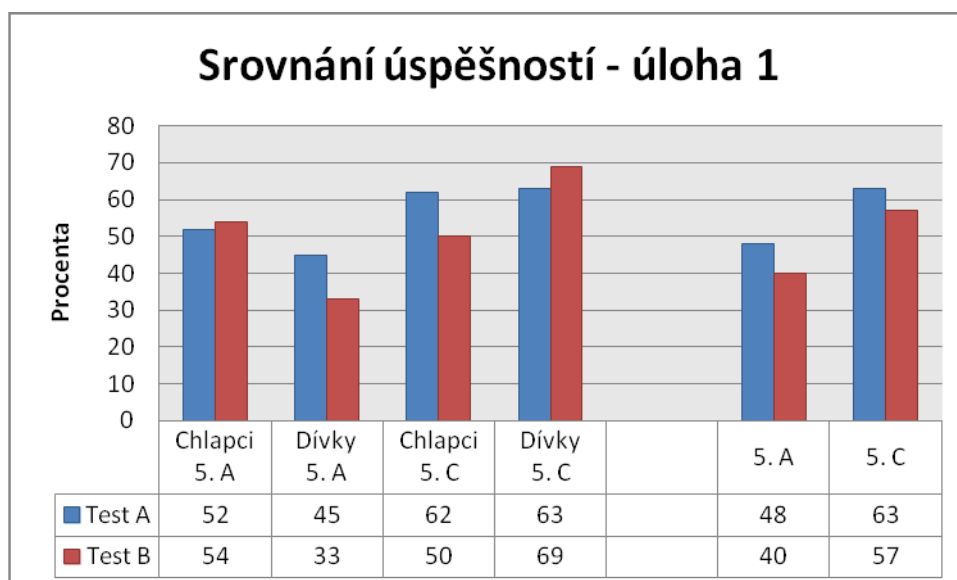
*Protože jsme na geometrii měli vás.*

Z první odpovědi je patrné, že vhodnou motivací a netradičními aktivitami lze změnit vztah žáků ke geometrii.

### 5.6.5 Srovnání úspěšností obou testů

#### 1. úloha

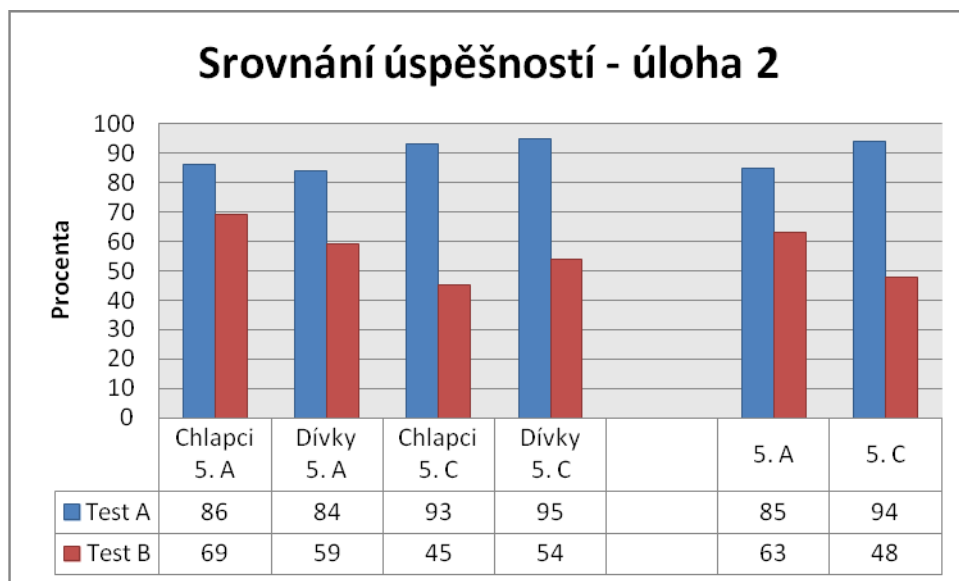
Graf 13 porovnává úspěšnosti žáků v prvních úlohách obou testů. Modře je vyznačena úspěšnost žáků ve vstupním testu, tedy v testu A, červeně pak v testu B. Vzhledem k větší obtížnosti testu B je, dle očekávání je celková úspěšnost řešení v testu B nižší než v testu A, konkrétně u žáků 5. A o 8 %, u žáků 5. C o 6 %. Pokles úspěšnosti je v obou třídách srovnatelný. Ke zvýšení úspěšnosti došlo u chlapců v 5. A, kde bychom nárůst úspěšnosti mohli přikládat cílenému působení, ale také u děvčat v 5. C.



Graf 13: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 1

#### 2. úloha

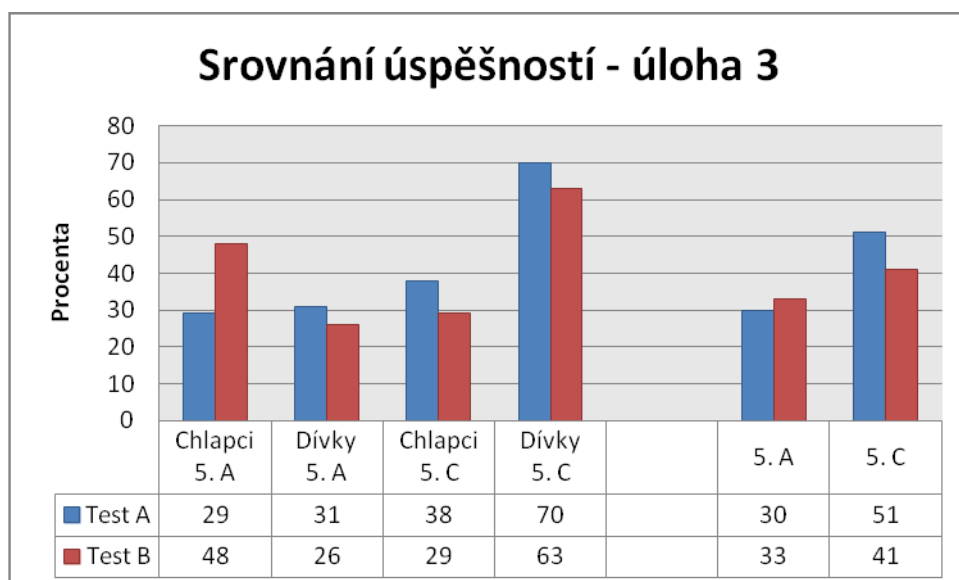
V grafu 14 jsou porovnány úspěšnosti žáků v druhých úlohách testů, které se zabývaly pohledy na krychlová tělesa. V testu B byla úloha ztížena tím, že žáci místo pouhého přiřazování pohledy sami dokreslovali. Úspěšnost úlohy v testu B byla vždy nižší než v testu A. Pokles byl však daleko výraznější ve třídě 5. C, na kterou nebylo cíleně působeno. Celková úspěšnost třídy klesla téměř o polovinu, z 95 % na 48 %, zatímco v 5. A byl pokles úspěšnosti 22 %. Zaměříme-li se na žáky 5. A, je zjevné, že u chlapců došlo k menšímu poklesu úspěšnosti než u dívek.



Graf 14: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 2

### 3. úloha

Graf 15 se zabývá úspěšnostmi třetích úloh, v nichž bylo úkolem žáků doplnit síť krychlí. V této úloze se nejvýrazněji projevil cílené působení na žáky 5. A.

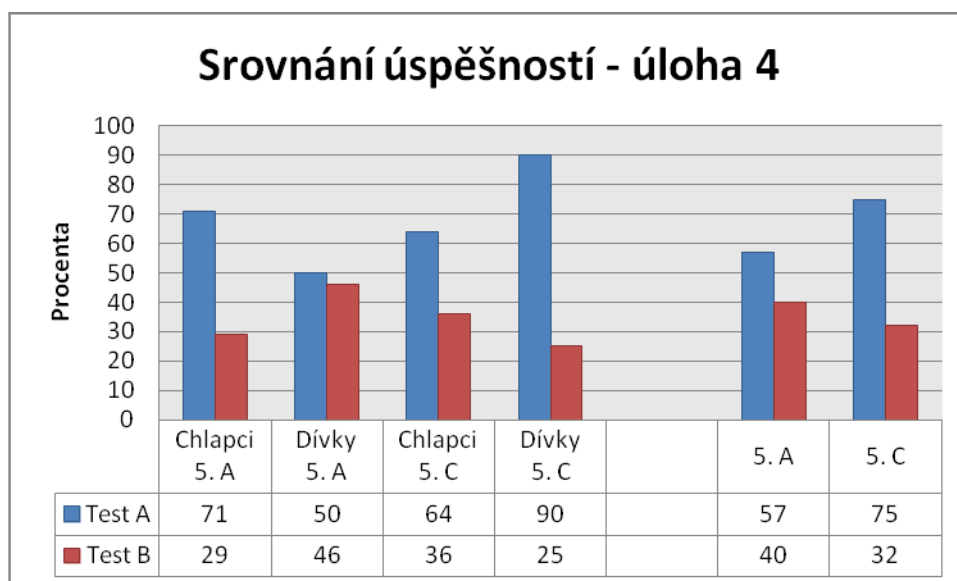


Graf 15: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 3

Z grafu 15 je patrné, že úspěšnost žáků 5. A v obtížnějším testu B neklesla méně než ve třídě 5. C, ale dokonce vzrostla. K výraznému zlepšení došlo především u chlapců z 5. A.

## 4. úloha

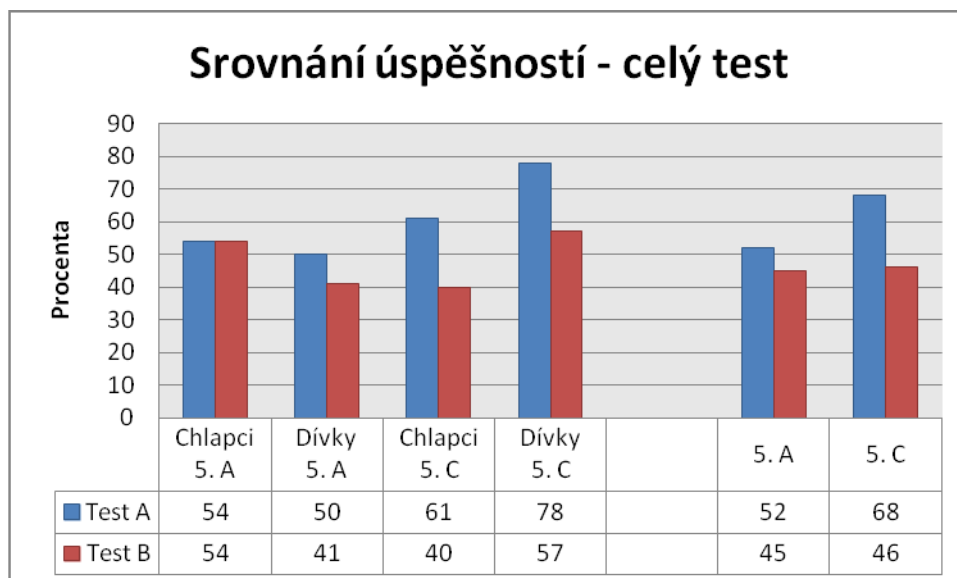
Graf 16 se věnuje porovnání úspěšností ve čtvrtých úlohách obou testů. Úspěšnost úlohy v obtížnějším testu B byla ve všech případech nižší než v testu A. Nejvýraznější pokles byl zaznamenán u dívek z 5. C, naopak nejlépe si vedly dívky z 5. A. Celková úspěšnost třídy 5. A klesla o 17 %, tedy podstatně méně než v 5. C, kde byl pokles 43 %.



Graf 16: Srovnání úspěšností obou testů – úloha 4

## Celé testy

Z výše uvedeného je patrné, že ve třídě 5. A, na kterou bylo cíleně působeno, došlo k menšímu poklesu úspěšnosti v obtížnějším testu B oproti testu A než ve třídě 5. C, což dokladuje také graf 17. Zatímco celková úspěšnost ve třídě 5. C klesla o 22 %, v 5. A byl pokles pouze 7%. Tato čísla jasně ukazují vliv cíleného působení na žáky. Cílené působení se více projevilo u chlapců.



Graf 17: Srovnání celkových úspěšností obou testů

## 5.7 Shrnutí výsledků šetření

Šetření ukázalo, že i poměrně krátké cílené působení ovlivňuje úroveň prostorové představivosti žáků. Během měsíce žáci 5. A absolvovali čtyři vyučovací hodiny zaměřené na rozvoj prostorové představivosti a vypracovali 12 pracovních listů. Během této poměrně krátké doby pomocí her nenásilně rozvíjeli svou prostorovou představivost, aniž by si to sami uvědomovali. Při realizaci vyučovacích hodin bylo pozorováním zjištěno, že žáci volí různé strategie řešení. Například při řešení úlohy *pohyb po povrchu krychle* si někteří pomáhají pohybem ruky, jiní „přejíždějí“ pouze očima, další pak kromě koncového bodu zapisují jednotlivé kroky. Dále bylo vypořádováno, že chlapci jsou v řešení celkově vytrvalejší, více touží po rozřešení. Bývají však příliš ukvapení a tak své řešení několikrát opravují, jejich pracovní listy bývají přeškrtnuté. Dívky obvykle vzdají své snažení po prvních nezdarech a mají větší tendenci spolupracovat. Ačkoli se zdálo, že jsou chlapci méně pozorní, ukázalo se, že cílené působení se u nich projevilo více než u dívek. Přestože test B byl obtížnější, chlapci, na které bylo cíleně působeno, v něm zůstali stejně úspěšní jako v testu A. Úspěšnost dívek klesla, nicméně mírně v porovnání se žáky, na které cíleně působeno nebylo. Cílené působení se však neprojevilo u všech úloh stejně. Poměrně velký vliv byl zaznamenán u úloh *pohledy na krychlová tělesa a síť krychle*, u úloh, které žáci vnímají jako obtížné. Minimální vliv byl zaznamenán u úlohy *pohyb po povrchu krychle*. Kromě

vlivu na úroveň prostorové představivosti se cílené působení pozitivně projevilo také ve vztahu některých žáků ke geometrii, a to především u žáků, kteří neměli geometrii v oblibě kvůli vyžadované přesnosti. Tito žáci zjistili, že geometrie není pouze o rýsování, a že i oni v ní mohou být úspěšní. Některým žákům však rýsování „chybělo“ a geometrii s Krychlíkem a Krychličkou nepovažovali za pravou geometrii.

## **5.8 Vyhodnocení předpokladů**

***P1: Prostorová představivost chlapců je na vyšší úrovni než prostorová představivost dívek.***

Při řešení některých úloh byli úspěšnější chlapci, jindy si vedly lépe dívky. Ve třídě 5. A byli celkově úspěšnější chlapci, v 5. C naopak dívky, ty ale chlapce převyšovaly výrazněji. V celkovém součtu tedy dívky chlapce předčily, což dokladují tabulky 3 a 4. První předpoklad se plně nepotvrdil. Nelze říci, že prostorová představivost chlapců je na vyšší úrovni než prostorová představivost dívek.

***P2: Žáci, na které bylo cíleně působeno, budou při řešení výstupního testu úspěšnější než žáci, na které cíleně působeno nebylo.***

Druhý předpoklad se vztahoval k úspěšnosti žáků v testu B, kterou zobrazuje graf 10. Graf porovnává úspěšnosti obou tříd v jednotlivých úlohách. Ukazuje, že žáci, na které bylo cíleně působeno, tedy žáci 5. A, byli úspěšnější v úlohách 2 a 4. V celkovém hodnocení testu však zůstali o 1 % méně úspěšní než žáci 5. C, na které cíleně působeno nebylo. Předpoklad druhý se tedy plně nepotvrdil. Nicméně je důležité uvědomit si, že žáci 5. A začínali s výrazně nižší úspěšností v testu A. Graf 17 ukazuje, že jejich úspěšnost v testu B klesla oproti testu A daleko méně než u žáků 5. C, na které cíleně působeno nebylo. Přestože se předpoklad plně nepotvrdil, došlo u žáků, na které bylo cíleně působeno, k rozvoji prostorové představivosti.

***P3: U žáků, na které bylo cíleně působeno, dojde ke změně vztahu ke geometrii.***

Třetí předpoklad se zabývá změnou vztahu ke geometrii u některých žáků, na které bylo cíleně působeno. K vyhodnocení tohoto předpokladu je potřebné srovnání dotazníkových položek 4 dotazníku A a 6 dotazníku B. To ukazuje, že k pozitivním změnám ve vztahu ke geometrii u těchto žáků opravdu došlo. Předpoklad třetí se potvrdil.

# ZÁVĚR

Tématem předložené diplomové práce je rozvíjení geometrické představivosti, zvláště té prostorové, pomocí her. Cílem práce bylo zjištění úrovně prostorové představivosti žáků pátých tříd a zjištění jejich vztahu k matematice a geometrii před i po cíleném působení, ke kterému bylo využito souboru úloh, jež byly vytvořeny za účelem rozvoje úrovně prostorové představivosti těchto žáků.

Pomocí metod testu a dotazníku bylo zjištěno, že úroveň prostorové představivosti žáků není příliš vysoká, a to především z toho důvodu, že během školního vzdělávání není někde příliš cíleně rozvíjena. Z dotazníkových položek bylo zjištěno, že v hodinách matematiky převažují úlohy na sčítání, odčítání, dělení a násobení, dále jsou zde hojně zastoupeny slovní úlohy. Z geometrického učiva je nejčastějšími činnostmi rýsování a počítání obvodů a obsahů. Práce s tělesy se, dle žáků třídy 5. A, v hodinách matematiky téměř vůbec neobjevuje. Ve třídě 5. C někteří žáci uvedli, že s tělesy v hodinách pracují. Tato skutečnost může být příčinnou vyšší úrovně prostorové představivosti v této třídě.

Dále bylo zjištěno, že rozdíly v úrovni prostorové představivosti mezi chlapci a dívkami jsou minimální a nelze jednoznačně říci, které pohlaví má prostorovou představivost na vyšší úrovni. Výsledky šetření ukázaly, že v jedné třídě mají lepší prostorovou představivost chlapci, ve druhé třídě pak mají lepší prostorovou představivost dívky.

Pozitivním zjištěním bylo velice dobré postavení matematiky mezi ostatními předměty, v obou třídách se matematika umístila na předních příčkách, a to v 5. A na třetí pozici, v 5. C dokonce na druhé (z deseti). Mezi žáky je matematika oblíbeným předmětem. Raději mají „klasickou“ matematiku než geometrii, nejčastěji z důvodu, že jsou v ní úspěšnější.

Šetřením bylo dále zjištěno, že cílené působení na žáky má vliv na úroveň jejich prostorové představivosti, projevuje se však odlišně u různých typů úloh. Žáci 5. A, na které bylo cíleně působeno, byli při úvodním testování méně úspěšní než žáci 5. C, během měsíčního cíleného působení se však výrazně zlepšili a v závěru dosáhli prakticky stejné úrovně prostorové představivosti jako žáci 5. C. Navíc u části těchto žáků došlo ke zlepšení vztahu ke geometrii, což považujeme za velký úspěch. Pomocí



poměrně jednoduché motivace a vybraných úloh se podařilo žáky zaujmout a pozměnit jejich pohled na geometrii. Podařilo se tedy vytvořit soubor úloh, které vedly k rozvoji prostorové představivosti žáků nenásilnou hravou formou. Žáci si během cíleného působení po většinu času ani neuvědomovali, že se učí. Cíle práce byly, dle mého názoru, naplněny.

Vytvořený soubor úloh by měl pomoci učitelům s rozvojem prostorové představivosti žáků. Soubor předkládá mnoho námětů k rozvoji prostorové představivosti, které se dají dále variovat a vystačí tak na velkou část primárního vzdělávání. Jsou zde zastoupeny všechny důležité typy úloh, se kterými by se měli žáci setkat. Pokud vytvořené úlohy pomohou pozvednout prostorovou představivost alespoň několika žáků či pokud zlepší jejich vztah ke geometrii, pak bude naplněn cíl nejdůležitější.

Prostorová představivost zasluhuje daleko větší pozornost, než jí v našich školách doposud věnujeme.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [01] ČÁP, J., 1993. *Psychologie výchovy a vyučování*. 1. vyd. Praha: Karolinum. ISBN 80-7066-534-3.
- [02] ČÁP, J., MAREŠ, J., 2007. *Psychologie pro učitele*. 2. vyd. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-273-7.
- [03] FUCHS, E., HOŠPEŠOVÁ, A., LIŠKOVÁ, H., 2006. *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Základní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Prometheus. ISBN 80-7196-326-7.
- [04] GARDNER, H., 1999. *Dimenze myšlení: teorie rozmanitých inteligencí*. 1. vyd. Praha: Portál. ISBN 80-7178-279-3.
- [05] HARTL, P., HARTLOVÁ, H., 2010. *Velký psychologický slovník*. 4. vyd. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-686-5.
- [06] HEJNÝ, M., et al., 1990. *Teória vyučovania matematiky 2*. 2. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo. ISBN 80-08-01344-3.
- [07] CHRÁSTKA, M., 2007. *Metody pedagogického výzkumu*. 1. vyd. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-1369-4.
- [08] JEŘÁBEK, J., TUPÝ, J., 2013. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. Praha: VÚP. [vid. 5. 2. 2014]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani>
- [09] KINDL, K., 1980. *Matematika: Přehled učiva základní školy*. 3. vyd. Praha: SPN.
- [10] KUŘINA, F., 1989. *Umění vidět v matematice*. 1. vyd. Praha: SPN. ISBN 80-04-23753-3.
- [11] KUŘINA, F., 1996. *Deset pohledů na geometrii*. Praha: Matematický ústav AV ČR. ISBN 80-85823-21-7.
- [12] MOLNÁR, J., 2009. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. 2. rozš. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. ISBN 978-80-244-2254-1.
- [13] MOLNÁR, J., PERNÝ, J., STOPENOVÁ, A., 2006. *Prostorová představivost a prostředky k jejímu rozvoji* [online]. Praha: JČMF. [vid. 28. 1. 2014] Dostupné z: [https://www.google.cz/#q=prostorov%C3%A1+p%C5%99edstavivost+a+prost%C5%99edky+k+jej%](https://www.google.cz/#q=prostorov%C3%A1+p%C5%99edstavivost+a+prost%C5%99edky+k+jej%C3%99)

- [14] OLEJÁR, M., OLEJÁROVÁ, I., OLEJÁR, M., 2006. *Olejárova encyklopédia matematiky*. Bratislava: Young scientist. ISBN 80-88792-43-6.
- [15] PERNÝ, J., 2004. *Tvořivostí k rozvoji prostorové představivosti*. 1. vyd. Liberec: Technická univerzita v Liberci. ISBN 80-7083-802-7.
- [16] PERNÝ, J., 2009. *Kapitoly z elementární geometrie I*. Liberec: Technická univerzita v Liberci. ISBN 978-80-7372-539-6.
- [17] PIAGET, J., INHELDEROVÁ, B., 2007. *Psychologie dítěte*. 4. vyd. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-263-7.
- [18] PŮLPÁN, Z., KUŘINA, F., KEBZA, V., 1992. *O představivosti a její roli v matematice*. 1. vyd. Praha: Academia. ISBN 80-200-0444-0.
- [19] ŘÍČAN, P., 2005. *Psychologie*. 1. vyd. Praha: Portál. ISBN 80-7178-923-2.
- [20] ŘÍČAN, P., 2010. *Psychologie osobnosti: obor v pohybu*. 6. rev. a dopl. vyd. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-3133-9.
- [21] STERNBERG, R., J., 2002. *Kognitivní psychologie*. 1. vyd. Praha: Portál. ISBN 80-7178-376-5.
- [22] ŠAROUNOVÁ, A., 2012. Úvod. In: VORÁČKOVÁ, Š., et al. *Atlas geometrie: Geometrie krásná a užitečná*. 1. vyd. Praha: Academia. s. 8–9. ISBN 978-80-200-1575-4.
- [23] ŠVINGALOVÁ, D., 1995. *Základy psychologie (Kognitivní složka osobnosti)*. II. díl: *Základy obecné psychologie*. 1. vyd. Liberec: Technická univerzita v Liberci. ISBN 80-7083-172-3.
- [24] VAŇKOVÁ, J., LIŠKOVÁ, H., 2005. *Sedm matematických příběhů pro Aničku, Filipa, Matýska*. 1. vyd. Praha: Prometheus. ISBN 80-7196-296-1.

# PŘÍLOHY

## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha A: Ukázky vyplněných testů

Příloha B: Ukázky vyplněných dotazníků

Příloha C: Ukázky vyplněných pracovních listů

Příloha D: Fotodokumentace vyučovacích hodin

Příloha E: Soubor úloh Krychle, kam se podíváš – volná příloha, uloženo v deskách diplomové práce

## Příloha A – ukázky vyplněných testů

☒ Dívka  
☐ Chlapec

Třída: V.A.  
Znamka: 1

Značka:   
—

### Prostorová představivost A

1. Chodím po krychli. Do kterého bodu dojdou, pokud půjdu

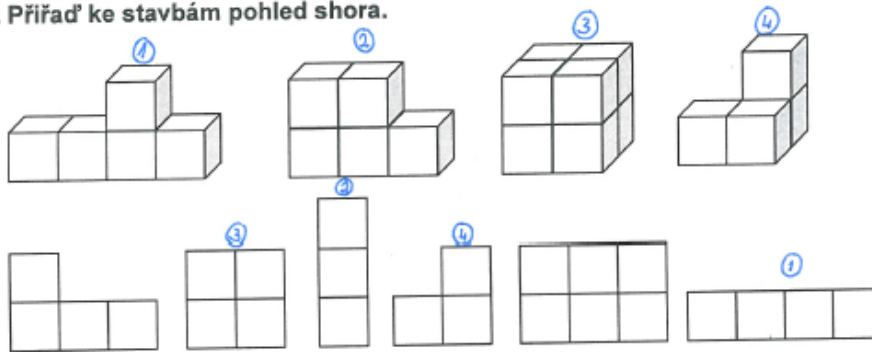
a) z bodu A nahoru, vpravo, dozadu. G

b) z bodu B nahoru, vlevo, dolů, vpravo. B

c) z bodu C nahoru, dopředu, vlevo, dolů. A

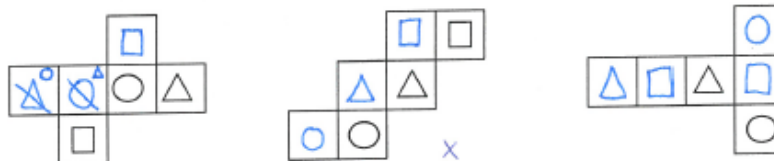
3/3 A.

2. Přiřaď ke stavbám pohled shora.



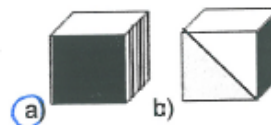
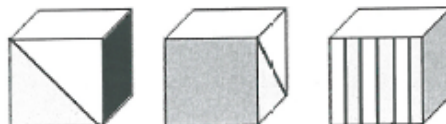
4/4 A.

3. Doplně obrazce tak, aby byly na protějších stěnách krychle shodné.



4/6 A.

4. Která krychle bude další v řadě?




2/2 A.

13 A.

- ☐ Dívka  
☒ Chlapec

Třída: V.C  
 Znamka: 1

Značka: 

## Prostorová představivost B

1. Chodím po krychli. Do kterého bodu dojdou, pokud půjdu

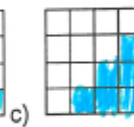
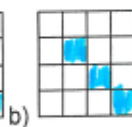
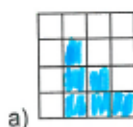
a) z bodu H dopředu, napříč horní stěnou, napříč pravou stěnou. B

b) z bodu B napříč přední stěnou, dozadu, napříč levou stěnou. A

c) Jaký je výchozí a koncový bod, když jsem šel nahoru, dopředu, doprava. D, F

4/4 b.

2. Načrtni ke krychlovým stavbám pohledy a) zepředu, b) shora, c) zprava.



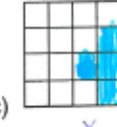
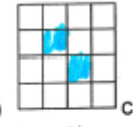
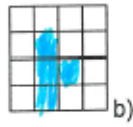
a)

b)

c)

x

x



a)

b)

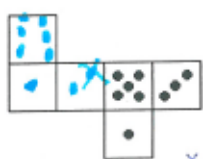
c)

x

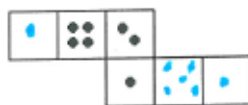
x

2/6 b.

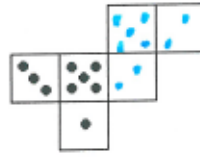
3. Doplň obrazce tak, aby byl součet na protějších stěnách roven sedmi.



x



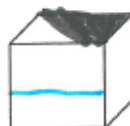
x



x

0/6 b.

4. Doplň stěny krychle, která je další v řadě.



2/2 b.

8A

## Příloha B – ukázky vyplněných dotazníků

### Dotazník A

☒ Dívka  
☐ Chlapec

Třída: V. A  
Známka: 2

Značka: 

1. Které vyučovací předměty jsou Tvé nejoblíbenější? Seřaď předměty dle oblíbenosti (1= nejoblíbenější předmět, 10 = nejméně oblíbený předmět).

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| ⑨ Český jazyk      | ⑥ Přírodověda       |
| ⑧ Hudební výchova  | ① Tělesná výchova   |
| ② Matematika       | ④ Vlastivěda        |
| ⑤ Informatika      | ③ Pracovní činnosti |
| ⑦ Výtvarná výchova | ⑩ Anglický jazyk    |

2. Zakroužkuj odpověď, která se pro Tebe nejvíce hodí ve vztahu k matematice.

Obliba

oblíbená

ani oblíbená, ani neoblíbená

neoblíbená

Obtížnost

obtížná

ani obtížná, ani snadná

snadná

Význam

významná

zčásti významná

nevýznamná

3. Křížkem označ činnosti, které často děláte v matematice. Červeně zakroužkuj ty, které Tě baví. Černě zakroužkuj činnosti, které Tě nebaví.

- ☒ sčítání a odčítání  
☒ rýsování  
☒ slovní úlohy  
☒ pamětní počítání  
☐ matematické hádanky  
☐ práce s tabulkami a grafy  
☐ jiné:

- ☐ číselné a obrázkové řady  
☒ převody jednotek  
☒ násobení a dělení  
☐ práce s modely těles  
☒ počítání obvodů a obsahů  
☒ matematické a logické hry

4. Zakroužkuj a doplň.

Raději mám

MATEMATIKU

GEOMETRII.

Protože

memi tak a přímá matematika prostě mě baví...

Obtížnější je pro mě

MATEMATIKA

GEOMETRIE.

Protože

se mě vždycky nebudím do bodů a do potom musím dělat znovu.

Více se mi daří v

MATEMATICE

GEOMETRII.

Protože

se jí učím uspokojivě.

5. Jak bys hodinu matematiky vylepšil/vylepšila?

Aby byla více zábavnější.

## Dotazník B

☒ Dívka

Třída: V. A.

Značka: 12

☐ Chlapec

Známka: 3

1. Které vyučovací předměty jsou Tvé nejoblíbenější? Seřaď předměty dle oblíbenosti (1= nejoblíbenější předmět, 10 = nejméně oblíbený předmět).

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| 5 Český jazyk      | 9 Přírodověda       |
| 6 Hudební výchova  | 1 Tělesná výchova   |
| 7 Matematika       | 8 Vlastivěda        |
| 4 Informatika      | 2 Pracovní činnosti |
| 3 Výtvarná výchova | 10 Anglický jazyk   |

2. Ohodnot' geometrii s Krychlíkem a Krychličkou.

**Obliba**

**Obtížnost**

**Význam**

oblíbená

obtížná

významná

ani oblíbená, ani neoblíbená

ani obtížná, ani snadná

zčásti významná

neoblíbená

snadná

nevýznamná

3. Ohodnot' následující činnosti čísly.

1 – velmi bavilo

2 – spíše bavilo

3 – spíše nebavilo

4 – nebavilo

- |                                       |                                   |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| 1 stavění z krychlí podle obrázku     | 3 hledání cesty po krychli        |
| 2 zakreslování staveb (různé pohledy) | 3 doplnění krychle do řady        |
| 2 převrácení krychle                  | 3 chození po krychli              |
| 1 hledání sítí krychle                | 2 doplňování sítí krychle         |
| 1 skládání krychle z kartonu          | 2 stavění z krychlí podle symbolů |
| 2 skládání tangramu                   | 1 vymýšlení staveb                |

4. Napiš závěrečné hodnocení měsíce s Krychlíkem a Krychličkou.

Měsíc nejvíce bylo a bavilo to jak jsem  
jsme pracovali se symetrickými a  
jinak se mi vše líbilo.

5. Chtěl(a) bys pokračovat v učení s Krychlíkem a Krychličkou?

ANO

NE

6. Zakroužkuj a doplň.

Raději mám

MATEMATIKU

GEOMETRII.

Protože pracuji se s Krychlíkem a Krychličkou.

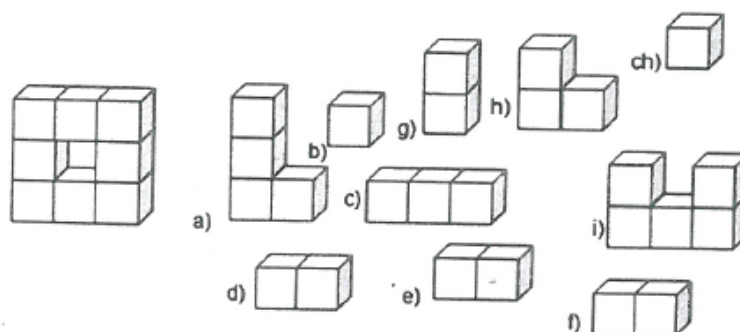


## Příloha C – ukázky vyplněných pracovních listů

### Krychlík stavitelem – Pracovní list 1

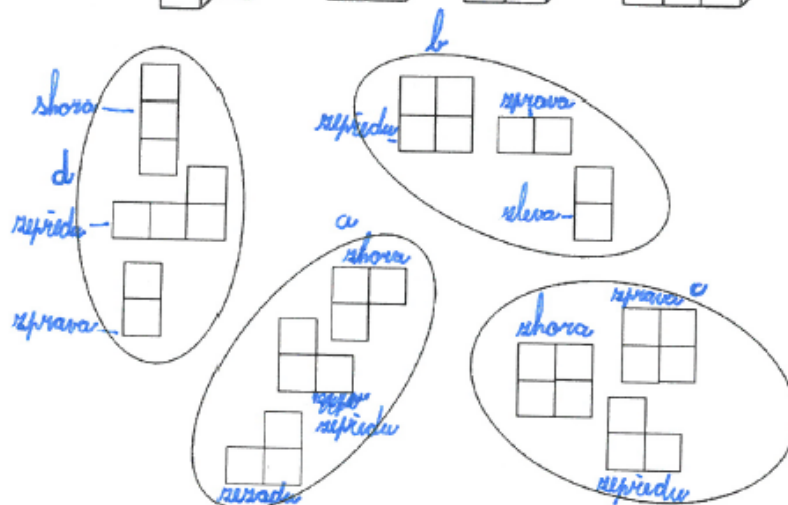
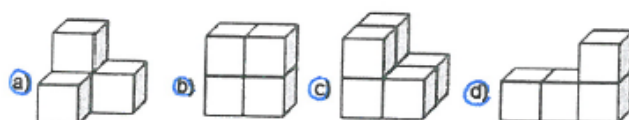


1. Krychlík by rád postavil novou stavbu, ale jednotlivé části se mu pomíchaly. Které kusy musí dát k sobě, aby postavil stavbu na obrázku?



*a, c*  
*a, b, c, g*  
*b, d, f, g, ch*

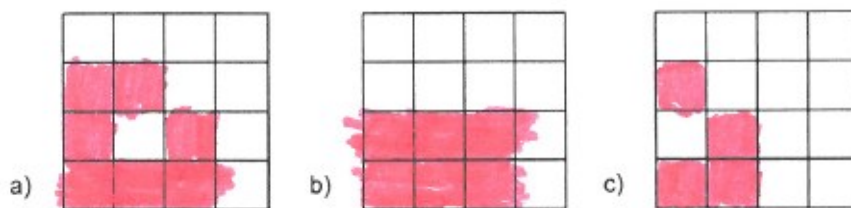
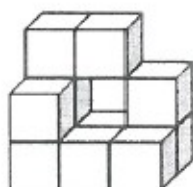
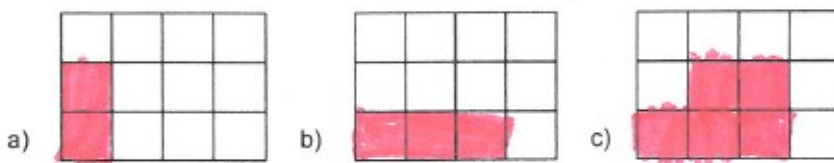
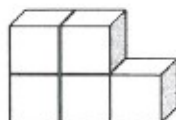
2. Pomoz Krychlíkovi najít správné pohledy k jednotlivým stavbám. K jednotlivým pohledům dopiš, odkud jsou (shora, zepředu, zprava).



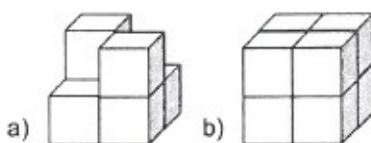
## Krychlík stavitelem - Pracovní list 2



1. Zdá se, že už nepotřebuješ Krychlíkovu nápovědu. Jako zkušený stavitel načrtni ke stavbám pohledy a) zepředu, b) shora, c) zprava.



2. Stavby by měly být barevné. V Krychlíkově se zdobí barevnými samolepkami. Na kterou stavbu bude potřeba více čtvercových samolepek? Nejprve odhadni, poté vypočítej.



Odhad: ~~6 a 8 b 12~~ a 12 b 15

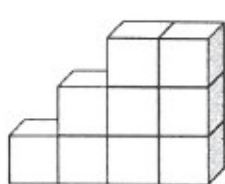
Výpočet: ~~6 a 8 b 12~~ a 12 b 24  
16



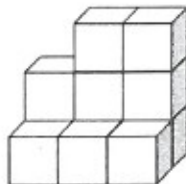
## Krychlík stavitelem – Pracovní list 3



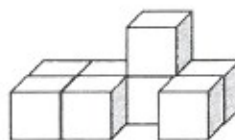
1. Stavitelé si doma zapomněli plány staveb. Vytvoř jim pomocí kótování nové.



1	2	3	3
---	---	---	---

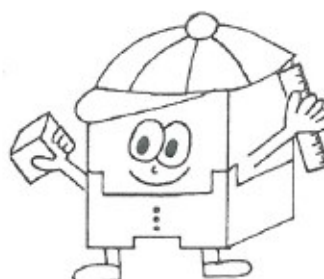
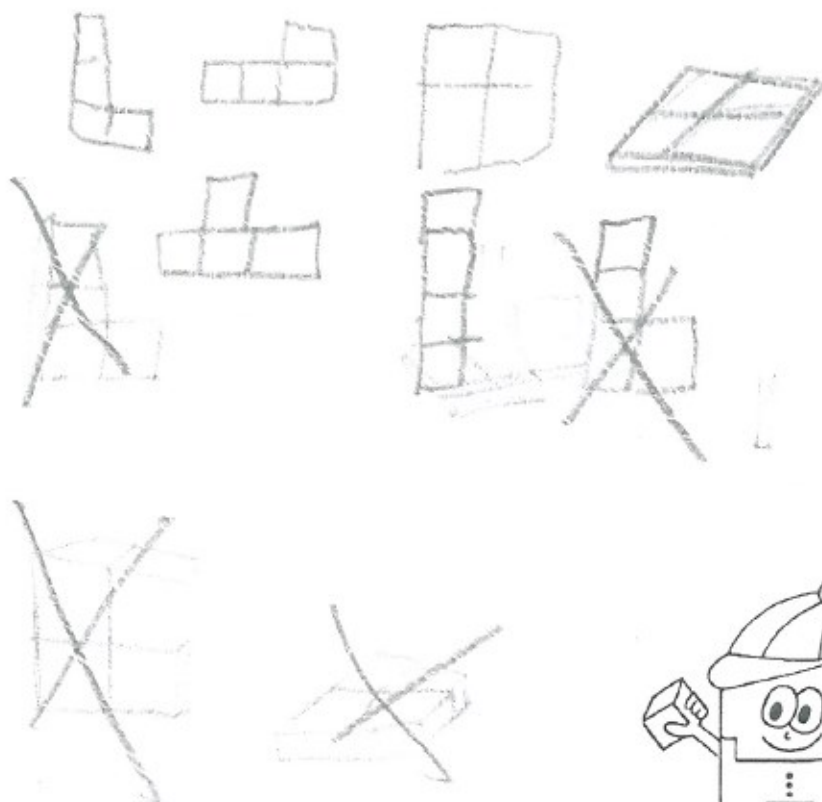


2	3	3
1	1	1



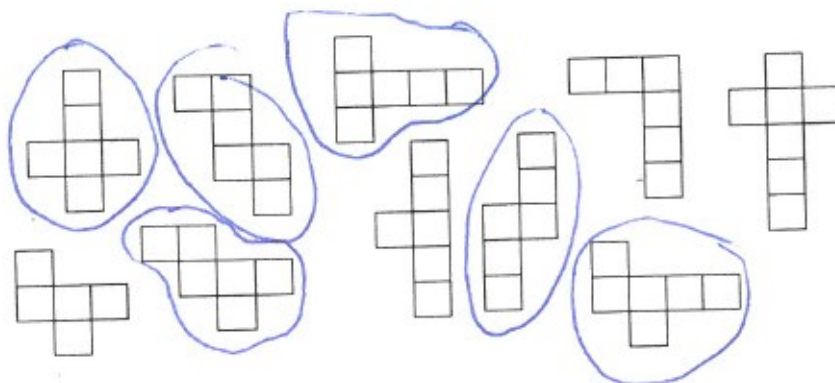
1	1	2	1
1	1		1

2. V Krychlíkově se chystá výstavba nové čtvrti, bude ovšem tak trochu zvláštní, všechny domy budou pouze ze čtyř krychlí. Kolik takových různých staveb je možné postavit? Načrtni.

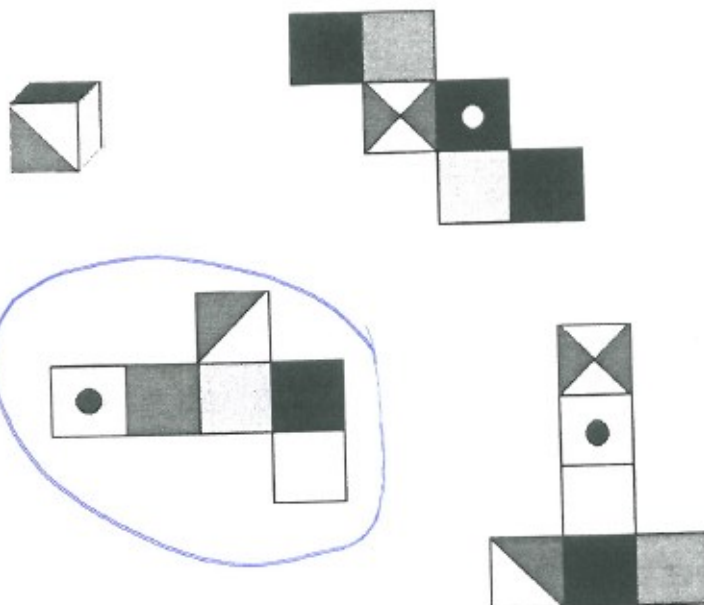


## Krychliččin kabátek – Pracovní list 1

1. Krychlička dostala za úkol obléknout na bál deset svých kamarádek Krychlinek, neměla ale dostatek času, aby šaty ušila sama, a tak požádala o pomoc svou sestřenicí Krychlenu. Ušila Krychlenu všechny šaty správně? Zakroužkuj sítě krychlí.



2. Po přešití a úpravě nepovedených šatů se Krychlička pustila do jejich zdobení. Ze které sítě ušila šaty na obrázku?

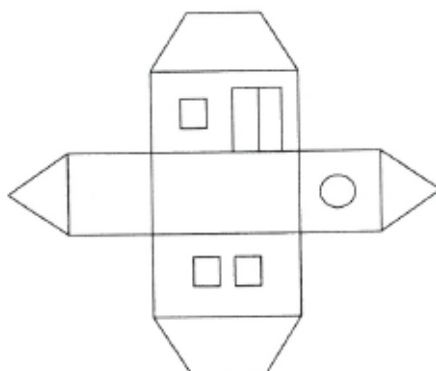


### Krychliččin kabátek – Pracovní list 2

1. Nakonec si Krychlička nechala šaty pro tu nejhezčí z Krychlinek. Ta vyslovila jasné přání. Po obléknutí šatů měly být na protějších stěnách krychle stejné symboly. Krychličce už se ale samou únavou zavíraly oči a tak si nebyla jistá, jak symboly správně doplnit. Doplň symboly tak, aby byly na protějších stěnách krychle shodné.



2. Po ušití posledních šatů odcházela Krychlička spát do svého domu. Její domek vznikne složením sítě na obrázku. Který to je?



a)



b)



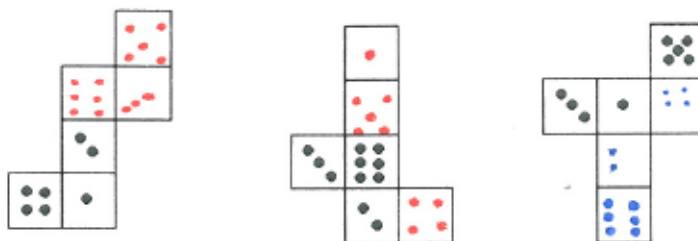
c)



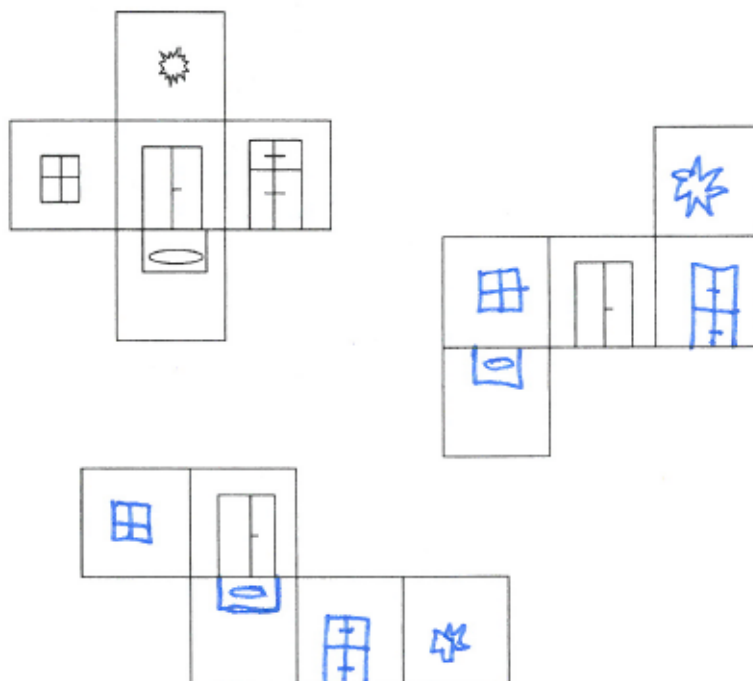


### Krychliččin kabátek - Pracovní list 3

1. Ve městě se pořádá týden her, a proto se budou stavět tři domy, které budou zvenku vypadat jako hrací kostky. Pomoz Krychličce doplnit síť tak, aby byl na protějších stěnách krychle součet roven sedmi.



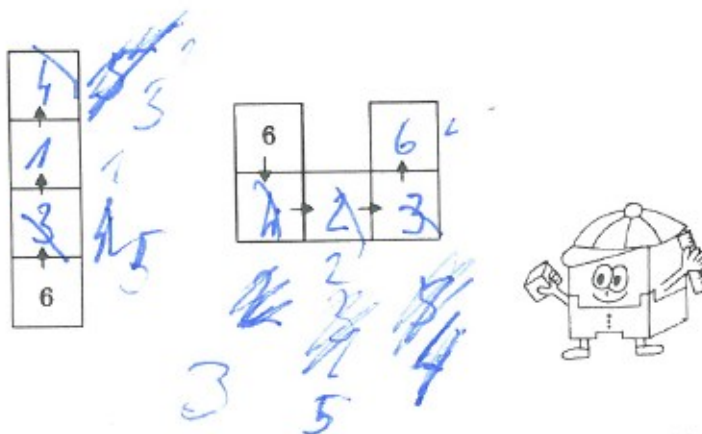
2. Uvnitř však zůstanou domy plně vybavené. Doplni do pokojů okno, skříň, světlo a koberec přede dveře, jako je to v prvním domě.



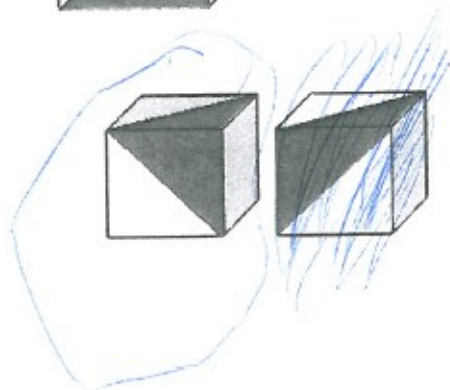


### Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou – Pracovní list 1

1. Krychlík se rozhodl, že překvapí Krychličkovy a začne se stavbou nové čtvrti sám. Ale krychle, které potřeboval, byly na různých místech, naplánoval tedy nejkratší cesty ke stavbě, ale už na ně nestihl doplnit správné hodnoty. Převrať kostku dle šipek a zapisuj hodnoty na dolní stěně krychle.



2. Po odvalování chtěl Krychlík kamarádům nakreslit odvalování jedné krychle krok za krokem, ale protože byly všechny krychle oblečeny podobně, před posledním odvalením se mu pomotaly. Vyber z malých krychlí tu, které patří na konec řady velkých.



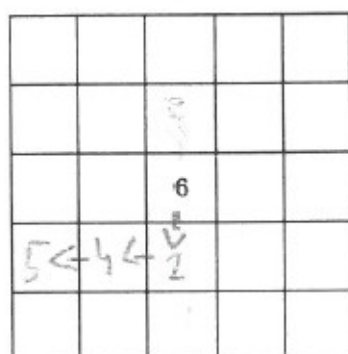


## Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou – Pracovní list 2

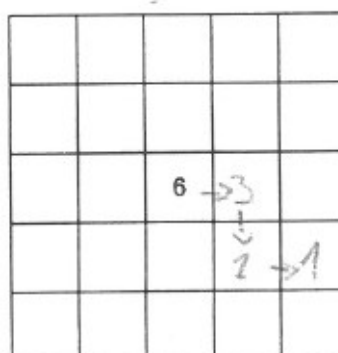


1. Odpoledne už první stavba stála a Krychlík měl takovou radost, že zavolal Krychličce, aby se na tu krásu přišla podívat. A protože spěchal, rychle jí nadiktoval stopy, které na cestě zůstaly po odvalování krychliček, neřekl jí však, kudy se má vydat. Kudy tedy Krychlička šla? Převracej krychli z výchozí polohy na dané hodnoty a zapisuj do plánu šipky.

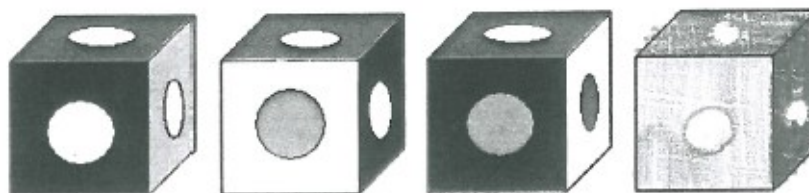
6 – 2 – 4 – 5



6 – 3 – 2 – 1



2. Když Krychlička konečně dorazila, nemohla se na tu krásu vynadávat. Na vrcholu stavby se pyšnila nejkrásnější ze všech krychliček. Krychlička si ji prohlížela ze všech stran. Dozadu ale nedohlédla. Dokresli stěny krychle, která je další v řadě.

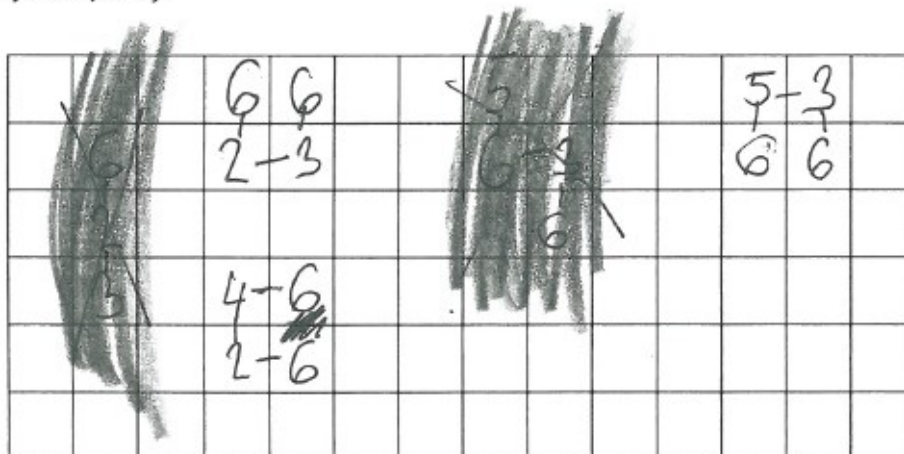




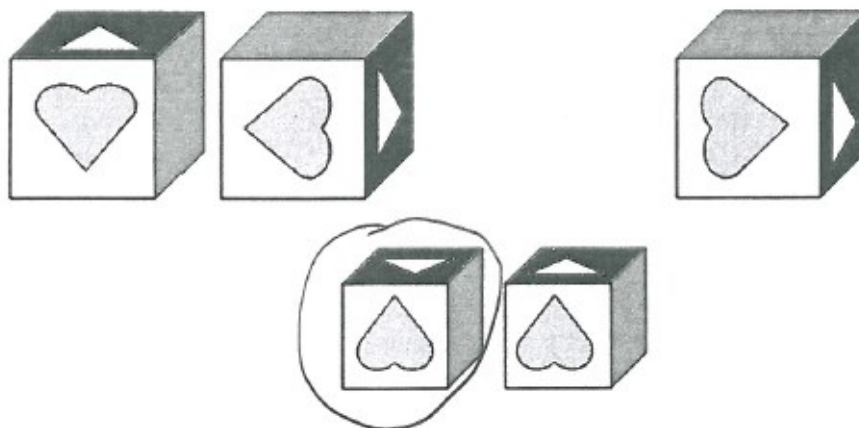


### Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou - Pracovní list 3

1. Krychlikova stavba sklídila obrovský úspěch. Malým Krychlikovanům se nejvíce líbil model hrací kostky, se kterým mohli volně pohybovat. Představ si v hlavě hrací kostku a popiš cesty, kterými je možné ji pomocí maximálně 3 odvalení dostat do výchozí polohy.



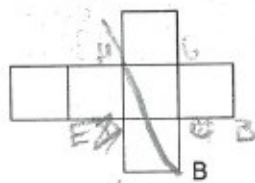
2. Hned vedle hrací kostky byl pohyblivý a krásně vyzdobený model další krychle, ten byl určen těm úplně nejmenším. Během svého otáčení se dostával do různých pozic. Jeden z Krychlikovanů ho roztočil tak rychle, že nestačil postřehnout všechny obrazy. Vypadl mu ten třetí v řadě. Dokážeš určit, která z malých krychlí patří do mezery?



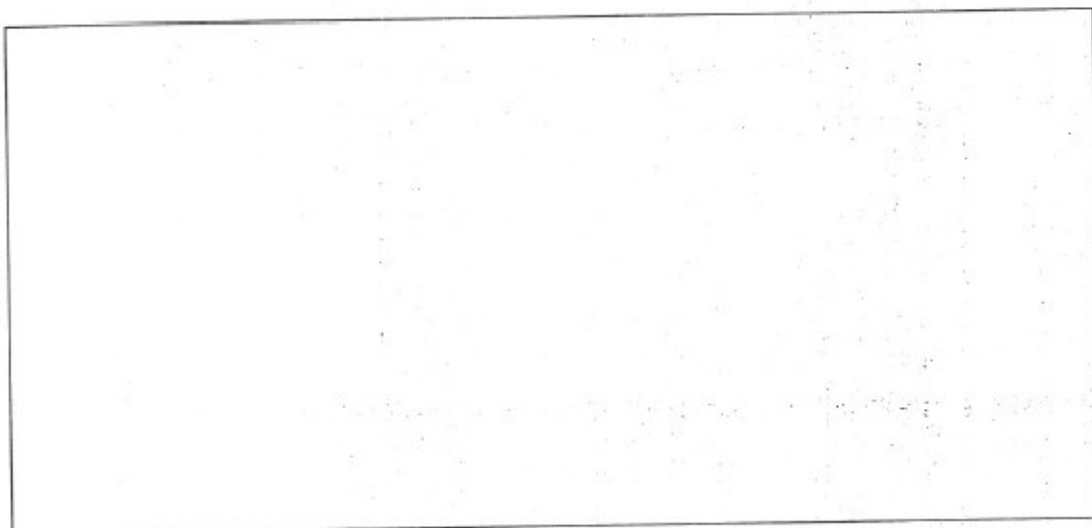
### Pozor Krychložrout – Pracovní list 1

1. Cestou z Tvé třídy cítili Krychlík s Krychličkou jako by jim někdo funěl na záda. Možná to byl Krychloužrout, zdá se, že je Ti na stopě. Raději si připrav únikové cesty, kdyby se tu náhodou objevil.

a) Popiš nejkratší cestu z bodu B do bodu H po hranách. Pokud je více možností, zapiš všechny.



2. Zdá se, že pro dnešek máš před Krychložroutem dostatečný náskok, můžeš se tedy bez obav pustit do skládání Tangramu do připravené šablony.





### Pozor Kychložrout – Pracovní list 2

1. Tobě se včera sice podařilo Kychložroutovi vyhnout, ale jedna z Kychlinek takové štěstí neměla. Setkala se s ním přímo před Kychlíkovským úřadem. Naštěstí však rychle vzala nohy na ramena a pelášila přímo po úřední kychli, po které běhala tak, aby Kychložrouta zmátla a setřásla. Kam doběhla, pokud běžela

a) z bodu B nahoru, dozadu a napříč pravou stěnou.



b) z bodu B napříč přední stěnou, dozadu, napříč zadní stěnou.



c) z bodu F napříč horní stěnou, napříč levou stěnou, napříč přední stěnou.



2. Večer doběhla unavená Kychlinka domů a doufala, že si odpočine. Malá Kychlinečka si však hrála a nemohla poskládat domeček, unavená Kychlinka jí nedokázala poradit. Zvládnul bys to ty? Poskládej domeček ze svého tangramu.



### Pozor Krychložrout - Pracovní list 3



1. Malá Krychlinečka byla ze stavění hrozně smutná. A Krychlinka vymýšlela všemožné hry, aby ji nějak rozveselila, dokonce i zapomněla na otřesný zážitek s Krychložroutem. Nakonec rozhodla, že si zahrají tak trochu jinou schovávanou. Krychlinka řekla své dcerušce pouze to, kudy se po krychli vydala, a ona musela uhodnout, odkud a kam šla. Zahraj si s nimi.



a) Nahoru, dopředu, vpravo.

D, F

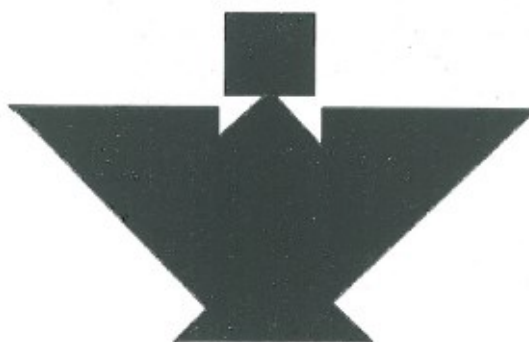
b) Dozadu, vpravo, nahoru.

A, H

c) Nahoru, vlevo, napříč přední stěnou.

X B B

2. Nakonec byly obě tak unavené, že usnuly v okamžiku, kdy si lehly do postele. Krychliče se však ve snu vrátil nepěkný zážitek, pomalu se k ní přibližoval Krychložroutův stín. Pokus se dle obrázku Krychložrouta poskládat.



## **Příloha D – fotodokumentace vyučovacích hodin**



**Obr. 1: Krychlík stavitelem – modelování krychle**



**Obr. 2: Krychlík stavitelem – krychlové stavby**



**Obr. 3: Krychliččin kabátek – hledání sítí krychle**





**Obr. 4: Krychliččin kabátek – hledání sítí krychle**



**Obr. 5: Krychliččin kabátek – „sešívání“ sítě krychle**



**Obr. 6: Krychliččin kabátek – zdobení vnějších stě**



**Obr. 7: Krychliččin kabátek – hotová krychle**



**Obr. 8: Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou – stopy krychle**



**Obr. 9: Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou – doplňování sítě krychle**





**Obr. 10: Cestou necestou s Krychlíkem a Krychličkou – odvalování krychle**



**Obr. 11: Pozor Krychložrout – výroba tangramů**



**Obr. 12: Pozor Krychložrout – skládání tangramů**